

**Titre:** Caractérisation des contraintes et déformations résiduelles dans les  
Title: fibres optiques et composants tout-fibre

**Auteur:** Benoit Sévigny  
Author:

**Date:** 2006

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Sévigny, B. (2006). Caractérisation des contraintes et déformations résiduelles  
Citation: dans les fibres optiques et composants tout-fibre [Master's thesis, École  
Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7834/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7834/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:**  
Advisors:

**Programme:** Unspecified  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

**CARACTÉRISATION DES CONTRAINTES ET  
DÉFORMATIONS RÉSIDUELLES DANS LES  
FIBRES OPTIQUES ET COMPOSANTS  
TOUT-FIBRE**

BENOIT SÉVIGNY

DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE PHYSIQUE)  
DÉCEMBRE 2006



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-25576-6*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-25576-6*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

CARACTÉRISATION DES CONTRAINTES ET DÉFORMATIONS  
RÉSIDUELLES DANS LES FIBRES OPTIQUES ET COMPOSANTS  
TOUT-FIBRE

présenté par : SÉVIGNY Benoit

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. GODBOUT Nicolas, Ph.D., président

Mme. LACROIX Suzanne, D.Sc., membre et directrice de recherche

M. FAUCHER Mathieu, M.Sc.A., membre et codirecteur de recherche

M. PROULX Antoine, Ph.D., membre

*À Michelle et mes parents, Danielle et François.*

*Don't panic!*

– *The Hitchhiker's Guide to the Galaxy*

## REMERCIEMENTS

Je désire remercier ma directrice, Suzanne Lacroix, pour avoir cru en moi ; mon codirecteur, Mathieu Faucher, pour m'avoir légué ce projet ainsi que pour son expertise et son support moral ; Nicolas Godbout, pour ses précieux conseils lors de moments de panique ; François Busque, pour son acharnement expérimental, son infinie patience ainsi que son audace qui a fait tomber des barrières ; Mikaël Leduc, pour son habileté extraordinaire avec l'étirage de fibre et sa patience à m'apprendre les rudiments technique du nettoyage d'éléments optiques ; Michelle Delisle-Boutin, pour sa patience ainsi que sa qualité de langue exceptionnelle. Je voudrais également remercier toutes ces personnes pour leur support, leurs précieux conseils et le fait qu'ils ont vécu avec moi cette épreuve qu'est la maîtrise : mes parents, la bande de l'UR-PEI à Polytechnique (Jocelyn Doucet, Jonathan Bouffard et Marc Lemieux), Maryse Aubé, Bryan Burgoyne, Alexandre Dupuis, Simon Laflamme, Sylvain O'Reilly, Daniel Summers-Lépine, Francis Boismenu.

## RÉSUMÉ

Depuis la fin des années 1990, l'étude des contraintes et déformations dans les fibres optiques a pris de l'importance. Les contraintes et les déformations dans les fibres optiques modifient l'indice de réfraction. Ces perturbations peuvent être désirables, par exemple pour créer des composants tels que des réseaux à long pas (RLP) induisant un couplage entre les modes de cœur et de gaine et des fibres à maintien de polarisation, ou être nuisibles en créant entre autres de la dispersion des modes en polarisation (PMD) qui peut devenir critique pour des applications à haute vitesse ( $\sim 40$  Gbps). Le développement d'une méthode permettant de mesurer l'anisotropie d'indice avec une bonne précision est donc primordial pour caractériser l'effet des contraintes et des déformations. Ce travail a comme objectif de décrire une méthode de mesure novatrice et améliorée basée sur la régression d'un signal de retard de phase modulé. Également, une meilleure compréhension des différentes sources de contraintes et de déformations, dues entre autres au procédé de fabrication des fibres et des composants est visée via des signatures spécifiques à certains effets comme la viscoélasticité linéaire, la présence d'un gradient thermique radial lors de l'étirage et la différence entre les coefficients d'expansion thermique des différentes couches. Plusieurs fibres sont étudiées pour à la fois observer la puissance de la méthode (offrant une résolution du retard de phase de l'ordre de  $10^{-4}$  radians) ainsi que les différentes contributions au profil de retard de phase. Les fibres à symétrie circulaire caractérisées sont la fibre standard SMF-28 de Corning, les fibres photosensibles PS1500 et PS1250 de Fibercore et la fibre dopée à l'erbium de Nufern. Des fibre effilées à base de SMF-28 sont également étudiées. Les fibres caractérisées n'ayant pas la symétrie circulaire sont la fibre à maintien de polarisation de type «panda» ainsi qu'une fibre microstructurée (à réseau photonique) de l'Institut national d'optique (INO). Des effets viscoélastiques et thermiques sont observés dans toutes les fibres mais dans des proportions différentes dépendant du régime d'étirage.



## ABSTRACT

Since the late 1990's, the study of stresses and strains in optical fibers has been of growing interest. Stresses and strains in optical fibers modify the refractive index profile. Those perturbations can be desirable, for example in creating long period gratings (LPG, which enable coupling between core and cladding modes) or polarisation maintaining fibers, or they can be a nuisance by inducing defects such as polarization mode dispersion (PMD) which proves to be of critical importance for high-speed applications ( $\sim 40$  Gbps). The development of efficient and accurate characterization is therefore of utmost importance in order to better understand the effects of stresses and strains. This work is aimed at describing a novel and improved measurement method based on the non-linear regression of a phase-modulated signal. Also, a more complete understanding of the different contributions to refractive index anisotropy is also achieved through signatures in the phase profile due, for example, to viscoelasticity, thermal gradients and expansion coefficient mismatch in the fiber. Several fibers have been studied in order to characterize the measurement method (offering a resolution below  $10^{-4}$  radians) and observe the various signatures. The circularly symmetric fibers characterized are the standard Corning SMF-28, the photosensitive Fibercore PS1500 and PS1250 and the Nufern Erbium doped fiber. SMF-28 based fiber tapers are also characterized. Asymmetric fibers studied are the "panda" polarization maintaining fiber and a microstructured (holey) fiber from the *Institut national d'optique* (INO).

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iv
ÉPIGRAPHE . . . . .	v
REMERCIEMENTS . . . . .	vi
RÉSUMÉ . . . . .	vii
ABSTRACT . . . . .	viii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	ix
TABLE DES FIGURES . . . . .	xi
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xiv
LISTE DES SYMBOLES . . . . .	xv
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 1 NOTIONS THÉORIQUES . . . . .	3
1.1 Théorie de l'élasticité . . . . .	3
1.2 Écoulements visqueux . . . . .	7
1.3 Viscoélasticité linéaire . . . . .	10
1.3.1 Modèle de Maxwell . . . . .	11
1.3.2 Modèle de Voigt . . . . .	14
1.3.3 Modèle de Burger . . . . .	17
1.4 Modèle viscoélastique du verre . . . . .	19
1.5 Effet photoélastique . . . . .	20
CHAPITRE 2 APPLICATION AUX FIBRES OPTIQUES ET APPROCHES EXPÉRIMENTALES DE MESURE . . . . .	24
2.1 Contributions à l'anisotropie d'indice dans les fibres optiques et les composants . . . . .	24
2.1.1 Contraintes thermiques . . . . .	24
2.1.2 Contraintes d'étirage et hydrostatiques . . . . .	29
2.1.3 Déformations viscoélastiques . . . . .	30
2.2 Effet de la vitesse d'étirage . . . . .	33
2.2.1 Autres sources de contraintes et de déformations . . . . .	34
2.3 Méthodes de mesure de contraintes-déformations par l'effet photo- élastique . . . . .	34

2.3.1	Principes généraux de la mesure . . . . .	35
2.3.2	Méthode du « <i>half-shade device</i> » . . . . .	37
2.3.3	Compensation du retard de phase . . . . .	40
2.3.3.1	Compensation directe du retard de phase . . . . .	40
2.3.3.2	Compensation par la méthode des deux lames . . . . .	42
2.3.4	Modulation du retard de phase . . . . .	45
CHAPITRE 3	MONTAGE EXPÉRIMENTAL . . . . .	47
3.1	Montage de mesure de faibles biréfringences . . . . .	47
3.1.1	Survol des éléments du montage . . . . .	47
3.1.2	Modulateur de phase : principes de fonctionnement . . . . .	50
3.1.3	Analyse des signaux . . . . .	54
3.2	Diffraction par l'échantillon . . . . .	55
3.2.1	Étude de la diffraction par une fibre à deux couches : BPM . . . . .	56
CHAPITRE 4	RÉSULTATS ET DISCUSSION . . . . .	68
4.1	Fibre SMF-28 de Corning . . . . .	68
4.1.1	Traitement par décharge électrique . . . . .	73
4.1.2	Fibres étirées . . . . .	77
4.2	Fibres photosensibles . . . . .	82
4.3	Fibre dopée à l'erbium de Nufern . . . . .	83
4.4	Tomographies . . . . .	85
4.4.1	Fibre à maintien de polarisation . . . . .	85
4.4.2	Fibre microstructurée de l'INO . . . . .	87
CONCLUSION	. . . . .	91
BIBLIOGRAPHIE	. . . . .	93

## TABLE DES FIGURES

FIGURE 1.1	Illustration de la déformation infinitésimale . . . . .	3
FIGURE 1.2	Illustration d'un écoulement visqueux laminaire . . . . .	7
FIGURE 1.3	Élément viscoélastique de Maxwell . . . . .	11
FIGURE 1.4	Contrainte viscoélastique pour un écoulement de Maxwell . . .	11
FIGURE 1.5	Élément viscoélastique de Voigt . . . . .	15
FIGURE 1.6	Déformation viscoélastique pour un solide de Voigt . . . . .	15
FIGURE 1.7	Élément viscoélastique de Burger . . . . .	17
FIGURE 1.8	Déformation viscoélastique pour système de Burger . . . . .	18
FIGURE 2.1	Trajet du faisceau sonde à travers la fibre . . . . .	35
FIGURE 2.2	Méthode du « <i>half-shade device</i> » . . . . .	38
FIGURE 2.3	Méthode de compensation directe du retard de phase (méthode de la lame $\lambda/4$ inversée) . . . . .	41
FIGURE 2.4	Méthode de compensation à deux lames . . . . .	43
FIGURE 2.5	Méthode de modulation du retard de phase . . . . .	46
FIGURE 3.1	Schéma du montage expérimental de mesure de petites biré- fringences . . . . .	47
FIGURE 3.2	Illustration du modulateur de phase . . . . .	50
FIGURE 3.3	Illustration du parcours de modulation sur la sphère de Poincaré	53
FIGURE 3.4	Exemple de signal avec et sans échantillon . . . . .	54
FIGURE 3.5	Schéma d'intensité pour l'alignement du polariseur . . . . .	56
FIGURE 3.6	Distribution d'indice de réfraction utilisée pour la BPM . . . .	58
FIGURE 3.7	Résultats de la BPM pour différents sauts d'indice entre la gaine et le milieu extérieur . . . . .	59
FIGURE 3.8	Profil d'intensité au centre de la fibre obtenu par BPM pour différents sauts d'indice entre la gaine et le liquide d'indice . .	60

FIGURE 3.9	Effet de la cohérence du faisceau sur la diffraction par la fibre (BPM) . . . . .	61
FIGURE 3.10	Exemple de bruit de phase pour l'émulation du diffuseur . . .	62
FIGURE 3.11	Simulation de l'effet du diffuseur rotatif sur la diffraction par BPM . . . . .	63
FIGURE 3.12	Démonstration expérimentale de l'élimination de la diffraction par la gaine via l'ajustement de l'indice de l'huile . . . . .	66
FIGURE 3.13	Illustration des perturbations du front de phase introduites lors du passage du faisceau à travers la fibre par BPM . . . . .	67
FIGURE 4.1	Profil de retard de phase de la fibre SMF-28 . . . . .	69
FIGURE 4.2	Profil radial de $\beta(r)$ pour la fibre SMF-28 . . . . .	69
FIGURE 4.3	Signatures des différentes contributions au profil de $\beta$ . . . . .	70
FIGURE 4.4	Régression sur le retard de phase de la SMF-28 . . . . .	71
FIGURE 4.5	Régression du profil de $\beta$ de la SMF-28 . . . . .	71
FIGURE 4.6	Profil de retard de phase d'une épissure (par décharge) et d'une décharge sans épissure pour la fibre SMF-28 . . . . .	74
FIGURE 4.7	Profil de $\beta$ pour la SMF-28 non-modifiée, épissurée (par décharge) et ayant subi une décharge sans épissure . . . . .	75
FIGURE 4.8	Profil de retard de phase de fibres étirées à différentes vitesses (hors étranglement) . . . . .	78
FIGURE 4.9	Déformation résiduelle moyenne en fonction de la vitesse d'étirage $V$ . . . . .	78
FIGURE 4.10	Profil de retard de phase de fibres étirées à différentes vitesses pris à l'étranglement . . . . .	79
FIGURE 4.11	Profil de retard de phase de la fibre PS1500 de Fibercore . . .	80
FIGURE 4.12	Profil de $\beta$ de la fibre PS1500 de Fibercore . . . . .	81
FIGURE 4.13	Profil de retard de phase de la fibre PS1250 de Fibercore . . .	81
FIGURE 4.14	Profil de $\beta$ de la fibre PS1250 de Fibercore . . . . .	82

FIGURE 4.15	Profil de retard de phase de la fibre dopée à l'erbium de Nufern	84
FIGURE 4.16	Profil de $\beta$ de la fibre dopée à l'erbium de Nufern . . . . .	84
FIGURE 4.17	Tomographie de $\beta$ pour la fibre «panda» à maintien de polarisation . . . . .	86
FIGURE 4.18	Image par microscope électronique de la fibre microstructurée de l'INO . . . . .	88
FIGURE 4.19	Un profil de retard de phase de la fibre microstructurée . . . .	88
FIGURE 4.20	Tomographie de $\beta$ pour la fibre microstructurée de l'INO . . .	89
FIGURE 4.21	Un profil de $\beta$ pour la fibre microstructurée . . . . .	90

## LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 1.1	Quelques résultats utiles des transformées de Laplace . . . . .	12
TABLEAU 1.2	Constantes photoélastiques de la silice pure . . . . .	20
TABLEAU 4.1	Paramètres de régression pour le retard de phase de la fibre SMF-28 . . . . .	68
TABLEAU 4.2	Perturbations d'indice de réfraction avant la décharge électrique	75
TABLEAU 4.3	Perturbations d'indice de réfraction après la décharge électrique	75

## LISTE DES SYMBOLES

$\frac{D}{Dt}$	Dérivée matérielle
$x_i$	Système de coordonnées instantané
$X_i$	Système de coordonnées de référence
$u$	Déplacement
$v$	Vitesse
$F$	Force
$k$	Constante de rappel d'un ressort
$k_0$	Nombre d'onde
$\epsilon$	Déformation (infinitésimale)
$\dot{\epsilon}$	Taux de déformation
$\sigma$	Contrainte (appliquée ou statique)
$G_{ijkl}$	Tenseur d'élasticité
$G$	Module de Coulomb
$E$	Module d'Young
$K$	Module de compressibilité
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\eta_{ijkl}$	Tenseur de viscosité
$\eta$	Viscosité (en cisaillement)
$\mu$	Viscosité de Trouton (en élongation)
$\kappa$	Viscosité de dilatation
$\zeta$	Équivalent de $\nu$ pour les écoulements visqueux
$n$	Indice de réfraction
$B_{ij}$	Forme quadratique de l'indicatrice
$C$	Coefficient élasto-optique
$P$	Coefficient d'anisotropie optique



$\Gamma$	Fonction gamma ( $\Gamma(n + 1) = n!$ pour $n$ entier)
$t$	Temps
$s$	Variable conjuguée du temps (dans l'espace de Laplace)
$T$	Température
$\Psi(t), \psi(t)$	Fonction mémoire
$b$	Exposant de la fonction mémoire en exponentielle étendue
$\tau$	Temps de réponse viscoélastique
$\Delta t$	Temps caractéristique de l'étirage
$\lambda$	Longueur d'onde
$\phi$	Retard de phase
$\beta$	Quantité scalaire obtenue par inversion tomographique de $\phi$
$\beta_0$	Constante de propagation

## INTRODUCTION

Les déformations dans les matériaux ont comme conséquence de modifier leurs propriétés et, en particulier pour des matériaux isotropes, d'induire des anisotropies. La susceptibilité électrique, et donc l'indice de réfraction, font partie des propriétés qui varient suivant le champ de déformation ; la longueur des liaisons inter-atomiques étant modifiées lorsque le matériau est déformé, la polarisabilité de ces dernières s'en trouve localement modifiée. Ce phénomène, connu sous le nom d'effet photoélastique, s'avère fort utile dans le prototypage et l'analyse de structure. Or, lorsqu'il est question de matériel optique, les contraintes peuvent avoir un effet désastreux sur la performance de l'équipement, créant de la biréfringence et de la dispersion. En particulier, ces effets peuvent s'avérer importants dans les fibres optiques, tantôt utiles comme dans les réseaux à longs pas créés par décharges électriques, les fibres à maintien de polarisation et l'ajustement des indices pour l'accord de phase dans les effets non-linéaires, tantôt nuisibles créant de la dispersion des modes en polarisation (PMD) (Park et al. 2002*b*). Il est donc important d'acquérir une bonne compréhension quant à l'origine de ces contraintes (et déformations) pour à la fois éviter les désagréments qu'elles peuvent engendrer et les utiliser potentiellement comme un outil de conception. Le présent projet, mené au Laboratoire des fibres optiques à l'École Polytechnique de Montréal, vise donc à améliorer une méthode d'acquisition de profil de retard de phase développée par Mathieu Faucher (Faucher 2003) et, éventuellement, à arriver à expliquer l'origine de la biréfringence dans les fibres.

La méthode de mesure de retard de phase consiste en une régression non-linéaire d'un signal d'intensité, résolu spatialement, qui dépend du retard de phase total du système. Le retard de phase net du système est produit par l'échantillon et un modulateur dont le retard de phase est ajusté de manière connue. La régression du signal peut ainsi fournir la valeur du retard de phase induit par l'échantillon. Cette

méthode permet donc l'acquisition de profils de retards de phase pour différents échantillons.

Les contributions au retard de phase pour les fibres optiques tirent principalement leur origine dans la *rhéologie* de la silice pure et dopée, c'est-à-dire dans la dynamique de l'écoulement comportant des relations complexes entre les tenseurs de contrainte et de déformation. Ces relations se trouvent quelque part à mi-chemin entre le solide élastique et l'écoulement visqueux. Plus simplement, il convient de parler de viscoélasticité. La viscosité de la silice dépendant fortement de la température, le traitement thermique aura également une influence non négligeable sur le profil de retard de phase. Finalement, puisque les propriétés thermoélastiques des différentes couches des matériaux constituant la fibre sont différentes, elles créeront également des contraintes lors du refroidissement.

Ce travail comporte donc un chapitre d'explication de la théorie de l'élasticité, des écoulements visqueux ainsi que de la viscoélasticité linéaire, suivi d'un autre chapitre détaillant les différentes contributions aux contraintes et aux déformations à partir de la littérature pertinente. Différentes méthodes de mesure de biréfringence utilisées dans la littérature y sont également décrites avec leurs avantages et leurs inconvénients. Le chapitre suivant comprend une description détaillée de la méthode de mesure et du montage expérimental utilisés pour le présent projet. Quant au dernier chapitre, il contient les résultats des mesures effectuées sur plusieurs fibres optiques à symétrie circulaire (SMF-28, PS1500, PS1250, fibre dopée à l'erbium de Nufern), sur des fibres asymétriques (fibre «panda» à maintien de polarisation, fibre microstructurée de l'INO) ainsi que sur des fibres effilées avec différentes vitesses d'étirage.

## CHAPITRE 1

### NOTIONS THÉORIQUES

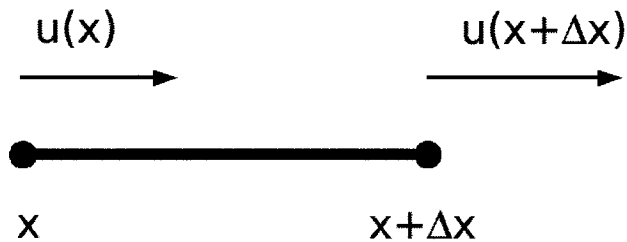
L'interprétation des mesures de biréfringence matérielle dans les fibres optiques passe nécessairement par une bonne intégration des concepts d'élasticité et d'écoulement visqueux qui, ensemble à travers la viscoélasticité ou seule dans le cas de l'élasticité, donnent naissance à différentes composantes de biréfringence tirant leur origine de divers phénomènes. Dans ce chapitre, nous donnons les relations de base de la théorie de l'élasticité, la loi de Newton pour les écoulements visqueux et, finalement, la théorie de la viscoélasticité qui serviront pour la suite de ce travail.

#### 1.1 Théorie de l'élasticité

La théorie de l'élasticité est une généralisation de la loi de Hooke, cette dernière établissant la proportionnalité entre la force et l'allongement :

$$F = k\Delta u \quad (1.1)$$

De façon plus générale, on peut remplacer la notion d'allongement  $\Delta u$  par la notion de déformation infinitésimale  $\epsilon$ . Pour illustrer notre propos, utilisons un exemple



**Figure 1.1:** Illustration de la déformation infinitésimale. Une tige de longueur  $\Delta x$  subit un déplacement  $u(x)$  en chacune de ses extrémités.

unidimensionnel simple, soit une tige de longueur  $\Delta x$  dont chaque extrémité subit un déplacement  $u(x)$  dans la direction  $x$ , tel qu'illustré à la figure 1.1. La déformation infinitésimale  $\epsilon$  est alors définie comme étant (Bazergui et al. 1993) :

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{(x + \Delta x) - x} = \frac{du}{dx} \quad (1.2)$$

Dans le même ordre d'idée, en divisant l'équation 1.1 par la section transversale du barreau, et en remplaçant  $k$  :

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x} \quad (1.3)$$

on peut définir la contrainte (dans un cas uniaxe) :

$$\sigma = E\epsilon \quad (1.4)$$

où  $E$  est le module d'Young. Par souci de généralité, il convient de définir les relations constitutives entre la contrainte et la déformation de manière tensorielle :

$$\sigma_{ij} = \sum_k \sum_l G_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (1.5)$$

où  $\sigma_{ij}$  dénote la contrainte définie par la force (par unité de surface) dans la direction  $i$  appliquée sur une surface dont la normale est dans la direction  $j$ .  $G_{ijkl}$  est le tenseur d'élasticité comportant *a priori* 81 éléments distincts dont les unités sont des Pa. À l'exception de l'étude des composants du tenseur d'élasticité, la convention d'Einstein sur les sommations sera adoptée pour tout le reste de l'étude<sup>1</sup>. Certaines conditions de simplification peuvent s'avérer pertinentes pour la simplification de ce tenseur. Entre autres, on ne s'attend pas à observer des contraintes pour une rotation pure, ce qui entraîne que  $\sigma_{ij}$  ne peut être qu'une combinaison symétrique des gradients de

---

<sup>1</sup>La convention d'Einstein sur les sommations stipule qu'on doit implicitement faire la somme sur tous les indices apparaissant deux fois dans une expression. Ainsi, l'expression  $A_{ij} = B_{ijkl}C_{kl}$  est équivalente à  $A_{ij} = \sum_k \sum_l B_{ijkl}C_{kl}$ .

déplacement. Ceci implique que :

$$G_{ijkl} = G_{ijlk} = G_{jikl} = G_{jilk} \quad (1.6)$$

ce qui élimine 27 éléments. De plus, on peut montrer que les seules combinaisons de gradients de déplacement symétriques sont :

$$\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \text{ et } \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) \delta_{ij} \quad (1.7)$$

où  $\delta_{ij}$  est le delta de Krönecker. Ceci implique que :

$$G_{iikl} = 0 \quad k \neq l \quad (1.8)$$

$$G_{ijkk} = 0 \quad i \neq j \quad (1.9)$$

$$G_{ijkl} = 0 \quad ij \neq kl, i \neq j \quad (1.10)$$

ce qui élimine 39 éléments additionnels. Nous considérerons également que le matériau est isotrope, ce qui implique que :

$$G_{iikk} = C_1 \quad \forall i, k \quad (1.11)$$

$$G_{ijij} = C_2 \quad \forall i \neq j \quad (1.12)$$

ce qui prend en compte les 15 dernières constantes. Ainsi, on peut réécrire la relation constitutive d'élasticité pour un matériau isotrope :

$$\sigma_{ij} = C_2 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + C_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) \delta_{ij} \quad (1.13)$$

La constante  $C_2 \equiv G$  est définie comme étant le module de Coulomb. De la même façon,  $C_1 \equiv (K - \frac{2}{3}G)$  où  $K$  est défini comme étant le module de compressibilité du matériau. En généralisant le tenseur de déformation infinitésimale de la relation

(1.2) par :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.14)$$

on peut finalement écrire la relation constitutive en relation matricielle :

$$\boldsymbol{\sigma} = 2G\boldsymbol{\epsilon} + \left( K - \frac{2}{3}G \right) \text{Tr}(\boldsymbol{\epsilon}) \quad (1.15)$$

Notons au passage que, en négligeant les termes de second ordre ( $\boldsymbol{\epsilon}$  étant à la limite infinitésimale),  $\text{Tr}(\boldsymbol{\epsilon}) = \Delta V/V$  représente le changement de volume. En pratique, c'est le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  qui sont utilisés à la place du coefficient de compressibilité  $K$  et du module de Coulomb  $G$  dans les équations constitutives. Quoique les deux formulations soient équivalentes, nous allons tout de même nous attarder à ces coefficients puisqu'ils seront utiles ultérieurement. Pour introduire ces coefficients, imaginons d'abord un corps soumis à une contrainte uniaxiale,  $\sigma_{zz}$  par exemple. Dans ce cas, une déformation  $\epsilon_{zz} = \sigma_{zz}/E$  y est associé mais, dans un souci de conserver le plus possible son volume, le solide se déforme également dans les deux directions transversales de  $\epsilon_{\perp} = -\nu\epsilon_{zz}$ . En substituant dans (1.15) pour la contrainte uniaxiale et une contrainte transversale (nulle), on trouve :

$$\nu = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)} \quad (1.16)$$

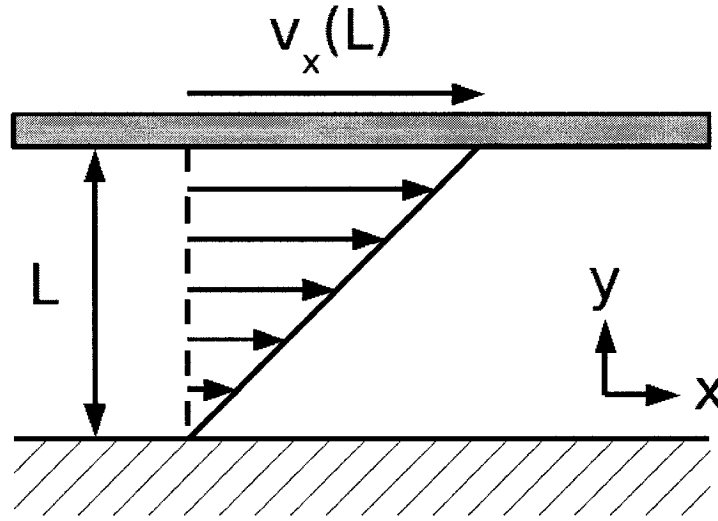
et

$$E = \frac{9KG}{3K + G} \quad (1.17)$$

Ces formulations peuvent être inversées pour donner  $K$  et  $G$  en fonction de  $E$  et  $\nu$  :

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1.18)$$

On peut donc constater que, pour un corps incompressible,  $\text{Tr}(\boldsymbol{\epsilon}) = 0$ ,  $\nu = 1/2$  et, par conséquent,  $K \rightarrow \infty$ .



**Figure 1.2:** Illustration d'un écoulement visqueux laminaire. Pour un fluide dit newtonien, la force que l'on doit appliquer sur la plaque supérieure pour la faire avancer à une vitesse  $v_x(L)$  est proportionnelle à la variation de la vitesse  $v_x(y)$  à travers l'épaisseur du fluide. Le coefficient de proportionnalité est ce qu'on appelle la viscosité notée  $\eta$ .

## 1.2 Écoulements visqueux

Le problème des écoulements newtoniens prend son origine dans l'explication des forces mises en jeu lors de l'écoulement d'un fluide (Bird et al. 2002). En effet, ses répercussions sont importantes dans tous les problèmes où il y a du frottement puisque les formulations sont tout à fait équivalentes. Une balle tombant dans l'atmosphère qui est ralentie par l'air en est un excellent exemple. La loi de Newton pour l'écoulement visqueux, dont le schéma de compréhension est illustré à la figure 1.2, stipule que le flux de quantité de mouvement à travers une surface est proportionnel à la force appliquée sur cette surface. Autrement dit, on peut relier le gradient des vitesses à une contrainte, par exemple :

$$\sigma_{xy} \propto \frac{\partial v_x}{\partial y}, \quad v_x = \frac{\partial x}{\partial t} \quad (1.19)$$

Le facteur de proportionnalité introduit entre ces deux quantités est la *viscosité*  $\eta$ . De façon plus générale, ce problème est à caractère tensoriel. Dans ce cas, la viscosité



est un tenseur d'ordre quatre liant les gradients de vitesse (tenseur d'ordre deux) aux contraintes (aussi d'ordre deux). La relation générale s'écrit alors :

$$\sigma_{ij} = \eta_{ijkl} \frac{\partial v_k}{\partial x_l} \quad (1.20)$$

où  $\eta_{ijkl}$  est le tenseur de viscosité d'ordre quatre dont les éléments ont des unités de Pa.s. Pour les mêmes considérations de symétrie que celles présentées à la section 1.1 pour le tenseur d'élasticité, la relation constitutive peut être représentée entièrement à l'aide de deux constantes indépendantes, soit :

$$\sigma_{ij} = C_2 \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + C_1 \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right) \quad (1.21)$$

où  $C_2 \equiv \eta$  est la viscosité scalaire et  $C_1 \equiv (\kappa - \frac{2}{3}\eta)$  où  $\kappa$  est la viscosité de dilatation. Cette écriture est pratique car la théorie cinétique des gaz prévoit que  $\kappa \equiv 0$  pour des gaz monoatomiques à basse densité (Bird et al. 2002). On peut alors réécrire la relation constitutive sous forme matricielle :

$$\boldsymbol{\sigma} = \eta (\boldsymbol{\nabla} \mathbf{v} + (\boldsymbol{\nabla} \mathbf{v})^\top) + \left( \kappa - \frac{2}{3}\eta \right) (\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{v}) \boldsymbol{\delta} \quad (1.22)$$

Notons que, pour des fluides incompressibles, le second terme s'annule puisque par définition  $\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{v} = 0$ . Il est maintenant intéressant d'examiner la nature du premier terme. Considérons pour ce faire le tenseur de déformation infinitésimale  $\epsilon_{ij}$  tel que défini à la section 1.1. Sa dérivée matérielle est donnée par :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{D\epsilon_{ij}}{Dt} = \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t} + v_k \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_k} \quad (1.23)$$

Or, étant donné la relation entre les  $u_i$ , le système de coordonnées instantanées  $x_i$  et le système de référence (immobile)  $X_i$ , on trouve

$$u_i = x_i - X_i \Rightarrow \frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{\partial x_i}{\partial t} + 0 \quad (1.24)$$

En développant  $\epsilon_{ij}$  et en modifiant l'ordre de dérivation, on obtient :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial t} + \frac{\partial u_k}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (1.25)$$

Puis, par l'utilisation des règles de dérivées en chaîne :

$$\frac{\partial u_k}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x_k} = \frac{\partial x_k}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial t} \quad (1.26)$$

On trouve finalement :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \quad (1.27)$$

Ceci nous permet de réécrire l'équation constitutive 1.22 en fonction du taux de déformation  $\dot{\epsilon}$  :

$$\boldsymbol{\sigma} = \eta \dot{\epsilon} + \left( \kappa - \frac{2}{3} \eta \right) (\nabla \cdot \mathbf{v}) \boldsymbol{\delta} \quad (1.28)$$

Dans des conditions d'écoulement en élongation, c'est-à-dire un écoulement causé par des contraintes normales plutôt que des contraintes de cisaillement, il est possible de définir l'équivalent visqueux des coefficients de Poisson et du module d'Young. En effet, (1.28) peut être résolue pour la contrainte normale et une contrainte transverse (nulle) pour donner  $\zeta$  et  $\mu$ , les équivalents de  $\nu$  et  $E$  respectivement :

$$\zeta = \frac{3\kappa - 2\eta}{2(3\kappa + \eta)}, \quad \mu = \frac{9\kappa\eta}{2(3\kappa + \eta)} \quad (1.29)$$

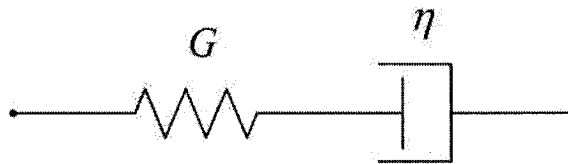
Pour un fluide incompressible,  $\zeta = 1/2$  et  $\kappa \rightarrow \infty$ , ce qui nous donne la relation bien connue pour les écoulements en élongation :

$$\sigma_{zz} = 3\eta \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (1.30)$$

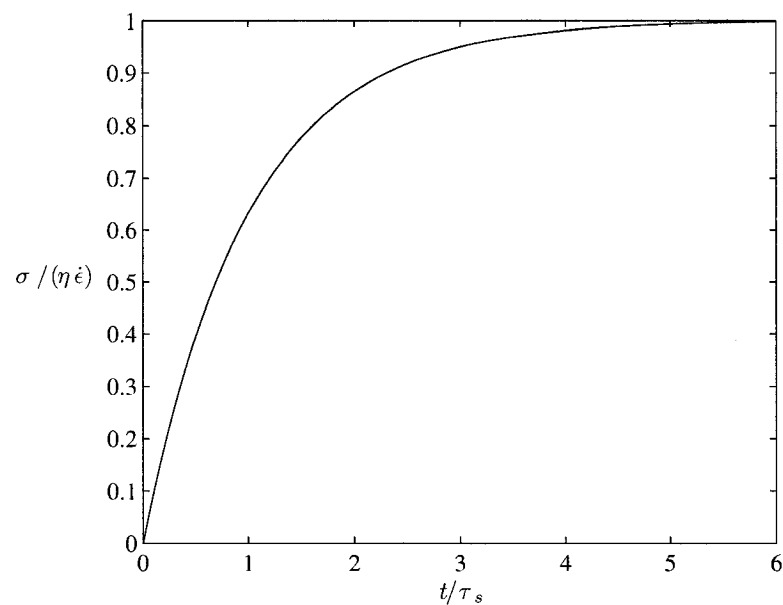
Pour terminer, mentionnons simplement que la contrainte présentée ici, soit dans un cas d'écoulement purement visqueux, n'est strictement associée qu'au transport de la quantité de mouvement à travers le fluide ; autrement dit, le fluide reste localement isotrope dans le cas d'un écoulement visqueux. Seule la vitesse moyenne des particules change en fonction de la position. Il est aussi important de mentionner que la viscosité est extrêmement dépendante de la façon dont les molécules interagissent à l'échelle microscopique pour effectuer l'échange de quantité de mouvement ; c'est la nature de leurs interactions (par exemple des collisions élastiques) qui fondamentalement détermine la viscosité.

### 1.3 Viscoélasticité linéaire

La viscoélasticité est un phénomène répandu dans l'étude des matériaux dits non-newtoniens, c'est-à-dire les matériaux pour lesquels la relation contrainte-déformation ne suit ni strictement la loi de Hooke ni la loi de l'écoulement de Newton. La science consacrée à l'étude générale des écoulements complexes comme les écoulements viscoélastiques répandus chez les polymères est la *rhéologie*. La viscoélasticité est dite linéaire lorsque les relations constitutives liant  $\sigma$  et  $\epsilon$  ne contiennent pas de termes quadratiques  $\sigma^2$ ,  $\epsilon^2$  ou  $\sigma\epsilon$ . Pour introduire les notions de base de la viscoélasticité linéaire, trois modèles seront présentés : le modèle de Maxwell, bien adapté pour modéliser des fluides avec une composante élastique, le modèle de Voigt, mieux conçu pour illustrer le comportement de solides ayant une composante visqueuse, et le modèle de Burger qui est une combinaison des modèles de Maxwell et de



**Figure 1.3:** Combinaison d'un élément parfaitement élastique de module de Coulomb  $G$  et d'un élément parfaitement visqueux de viscosité  $\eta$  en série pour expliquer la viscoélasticité. Cet élément sert de base pour élaborer le modèle de viscoélasticité linéaire de Maxwell.



**Figure 1.4:** Évolution de la contrainte en fonction du temps pour système viscoélastique linéaire de Maxwell avec un temps de réponse  $\tau_s$  pour un taux de déformation  $\dot{\epsilon}$  constant.

Voigt permettant de décrire les comportements les plus généraux pour les matériaux viscoélastiques.

### 1.3.1 Modèle de Maxwell

À partir des équations (1.15) et (1.28), on peut définir des systèmes combinés représentant un fluide visqueux ayant une composante élastique, c'est-à-dire un fluide dont une partie de la contrainte est liée à une déformation locale de sa structure. La figure 1.3 illustre un schéma de principe qui est à la base du modèle de viscoélasticité

**Tableau 1.1:** Quelques résultats utiles des transformées de Laplace

Espace de Laplace	Espace réel
$F(s)$	$f(t)$
$\frac{1}{s-a}$	$e^{at}$
$sF$	$\frac{\partial f}{\partial t}$
$F \cdot G$	$\int_0^t f(t-t')g(t')dt'$

de Maxwell (Scherer 1986). Pour un tel système, si on applique une contrainte de cisaillement pur  $\sigma$ , celle-ci doit être la même dans chaque élément puisque ceux-ci sont placés en série. Ainsi :

$$\sigma = \eta \dot{\epsilon}_{\text{vis}} = 2G\epsilon_{\text{el}} \quad (1.31)$$

où  $\dot{\epsilon}_{\text{vis}}$  représente le taux de déformation de l'élément visqueux et  $\epsilon_{\text{el}}$  représente la déformation de l'élément élastique. On peut alors écrire :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_{\text{vis}} + \dot{\epsilon}_{\text{el}} = \frac{\sigma}{\eta} + \frac{\dot{\sigma}}{2G} \quad (1.32)$$

Cette expression nous permet facilement de définir une fonction de transfert entre  $\sigma$  et  $\epsilon$  ou entre  $\sigma$  et  $\dot{\epsilon}$  dans l'espace de Laplace en supposant toutes les conditions initiales nulles :

$$\hat{\sigma} = \left( \frac{\eta}{1 + \tau_s s} \right) \hat{\dot{\epsilon}} = \left( \frac{\eta s}{1 + \tau_s s} \right) \hat{\epsilon} \quad (1.33)$$

où :

$$\tau_s = \frac{\eta}{2G} \quad (1.34)$$

est un temps de relaxation caractéristique du système. En inversant la transformée à l'aide des résultats du tableau 1.1 et en supposant le système initialement au repos ( $\sigma = 0$  et  $\dot{\epsilon} = 0$  pour  $t \leq 0$ ), on obtient :

$$\sigma(t) = 2G \int_0^t \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau_s}\right) \dot{\epsilon}(t') dt' \quad (1.35)$$

On peut par exemple intégrer cette expression pour un taux de déformation constant. On obtient alors :

$$\sigma(t) = \eta \dot{\epsilon} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{t}{\tau_s} \right) \right] \quad (1.36)$$

illustré à la figure 1.4 qui est une solution typique pour le modèle de Maxwell. Notons qu'il est possible de trouver la déformation de la partie élastique à partir de la contrainte. En effet, dans le cas d'un taux de déformation constant, cette déformation est donnée par<sup>2</sup> :

$$\epsilon_{el} = \frac{\sigma}{2G} = \tau_s \dot{\epsilon} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{t}{\tau_s} \right) \right] \quad (1.37)$$

De façon plus générale, la viscoélasticité linéaire peut être représentée par une intégrale de convolution du taux de déformation avec une fonction mémoire  $\Psi(t)$  :

$$\sigma(t) = 2G \int_0^t \Psi(t-t') \dot{\epsilon}(t') dt' \quad (1.38)$$

Le rôle de la fonction mémoire est de décrire la façon dont le fluide oublie avec le temps le traitement qu'on lui a fait subir et le fait que la déformation (ou l'écoulement) qui en découle est irréversible si elle est effectuée pendant des temps plus longs que le temps caractéristique du système. Pour un solide élastique, la fonction mémoire serait identiquement égale à l'unité, ce qui indique que tout ce qu'on lui fait subir (à l'intérieur du domaine élastique) est réversible et instantané. De façon générale,  $\Psi(t)$  doit décroître au fur et à mesure que l'argument  $t$  augmente. Ceci indique que l'effet sur la contrainte d'une variation du taux de déformation disparaît après des temps beaucoup plus grands que le temps caractéristique. La fonction  $\Psi(t)$  est habituellement déterminée expérimentalement. En particulier, pour le verre,  $\Psi(t)$

---

<sup>2</sup>Ce type de déformation est à la source de l'utilisation de l'effet photoélastique pour étudier l'état de contrainte dans un fluide. Cette branche de la rhéologie se nomme la *rhéo-optique*. L'effet photoélastique est expliqué à la section 1.5.

peut être représentée par une somme d'exponentielles (Scherer 1986) :

$$\Psi(t) = \sum_k w_k e^{-\frac{t}{\tau_k}} \quad (1.39)$$

avec :

$$\sum_k w_k = 1 \quad (1.40)$$

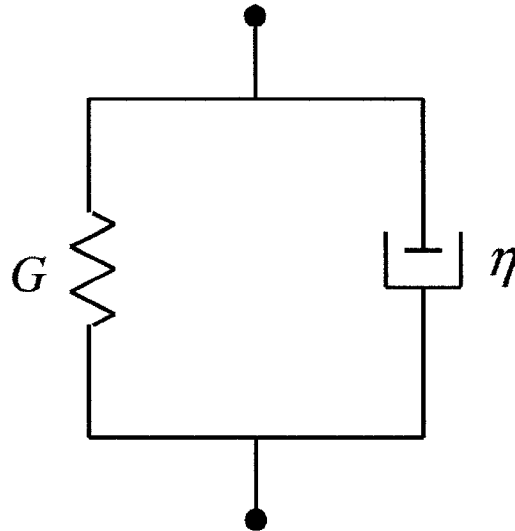
Typiquement, plus de six temps de relaxation  $\tau_k$  sont nécessaires pour avoir de bonnes régressions sur les données expérimentales avec des variations entre le temps de relaxation, le rapport entre le plus petit et le plus grand pouvant aller jusqu'à quatre ordres de grandeur (Scherer 1986). Il est à noter que cette expression est de nature empirique et donc que ces temps de relaxation sont des paramètres qui ne sont pas nécessairement liés à des temps caractéristiques de processus de relaxation moléculaire ; il est donc difficile de tirer de l'information sur la physique à l'origine du comportement du verre en écoulement. Il existe une autre formulation plus simple pour représenter la fonction mémoire et qui nous sera plus utile. Cette expression présente également un bon accord avec les résultats expérimentaux et elle ne comporte que deux paramètres (Scherer 1990) :

$$\Psi(t) = \exp \left[ - \left( \frac{t}{\tau} \right)^b \right] \quad (1.41)$$

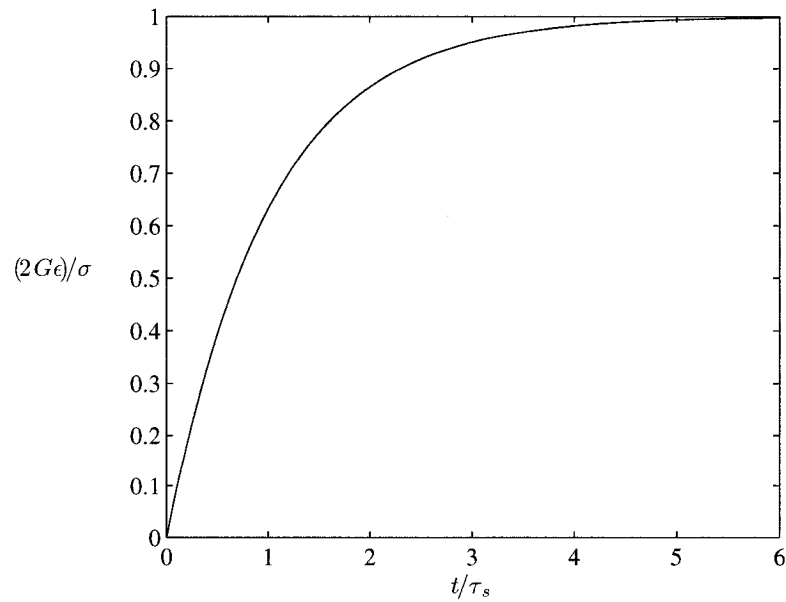
Cette expression pour  $\Psi(t)$  est également de nature empirique, les valeurs de  $\tau$  et de  $b$  étant donc des paramètres n'ayant pas *a priori* de liens avec des processus physiques de relaxation du matériau.

### 1.3.2 Modèle de Voigt

Le modèle de Voigt consiste en une autre formulation importante s'appliquant cette fois mieux aux solides ayant une composante visqueuse (comme les mousses



**Figure 1.5:** Combinaison d'un élément parfaitement élastique de module de Coulomb  $G$  et d'un élément parfaitement visqueux de viscosité  $\eta$  en parallèle pour expliquer la viscoélasticité. Cet élément sert de base pour élaborer le modèle de viscoélasticité linéaire de Voigt.



**Figure 1.6:** Évolution de la déformation en fonction du temps pour système viscoélastique linéaire de Voigt à un temps de réponse  $\tau_s$  pour une contrainte  $\sigma$  constante.



viscoélastiques par exemple). Un tel système peut être décrit par les mêmes éléments que ceux utilisés dans le modèle de Maxwell mais cette fois placés en parallèle, tel qu'illustré à la figure 1.5. Dans de telles conditions, c'est la déformation qui doit être la même dans les deux éléments. La contrainte résultante sera la somme des contraintes développées dans chacun des éléments.

$$\sigma_{\text{vis}} = \eta \dot{\epsilon} \quad (1.42)$$

$$\sigma_{\text{el}} = 2G\epsilon \quad (1.43)$$

puis finalement :

$$\sigma = \sigma_{\text{el}} + \sigma_{\text{vis}} = 2G\epsilon + \eta \dot{\epsilon} \quad (1.44)$$

d'où l'on tire la fonction de transfert :

$$\hat{\sigma} = (2G + \eta s)\hat{\epsilon} \quad (1.45)$$

puis finalement :

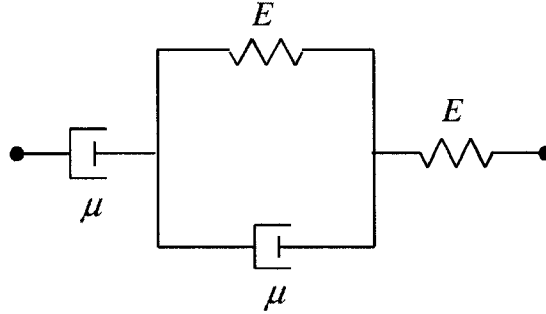
$$\epsilon(t) = \frac{1}{\eta} \int_0^t \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau_s}\right) \sigma(t') dt' \quad (1.46)$$

En supposant la contrainte constante, on trouve que :

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma}{2G} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right) \right] \quad (1.47)$$

dont on retrouve l'illustration à la figure 1.6. Pour un tel système, il est simple de voir qu'une déformation non-nulle peut exister pour une contrainte nulle, c'est la déformation *résiduelle*  $\epsilon_{\text{res}}$ . En effet, si pour le cas précédent on cessait d'appliquer la contrainte au temps  $t = t_0$ , la déformation suivrait la solution homogène de (1.44) :

$$\epsilon_{\text{res}}(t) = \epsilon(t_0) \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_s}\right) \quad (1.48)$$



**Figure 1.7:** Combinaison d'un système de Maxwell et d'un système de Voigt en série pour former le système à la base du modèle Burger de la viscoélasticité linéaire. Les constantes propres des matériaux ont été choisies pour représenter un système en état d'écoulement longitudinal.

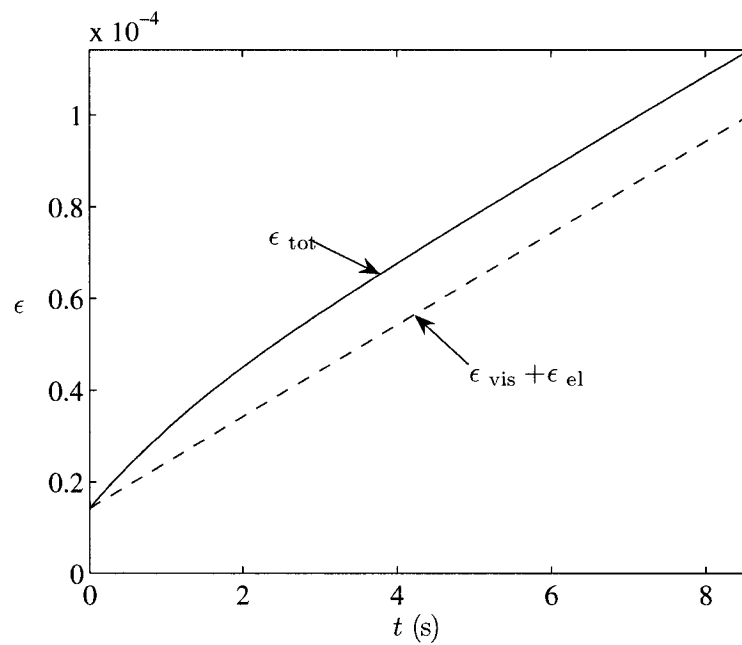
Essentiellement, la déformation  $\epsilon(t)$  est en quelque sorte une déformation à *retardement*. On peut aussi généraliser l'intégrale de mémoire de la même façon pour le modèle de Voigt que pour le modèle de Maxwell :

$$\epsilon(t) = \frac{1}{\eta} \int_0^t \Psi(t-t') \sigma(t') dt' \quad (1.49)$$

Le modèle de Maxwell, comme nous l'avons vu à la section précédente, permet un écoulement ( $\epsilon \rightarrow \infty$  lorsque  $t \rightarrow \infty$  pour une contrainte  $\sigma$  finie) alors que le modèle de Voigt ne le permet pas. C'est pour cette raison que le modèle de Maxwell est plus adapté aux liquides et celui de Voigt aux solides. Or, pour définir un comportement viscoélastique linéaire complet, il faut combiner les deux modèles. C'est le sujet qui est maintenant abordé.

### 1.3.3 Modèle de Burger

Le modèle de Burger est une combinaison d'un système de Maxwell en série avec un système de Voigt tel qu'illustré à la figure 1.7. Le résultat est fort intéressant car il montre des caractéristiques qui seront d'une grande utilité pour expliquer l'influence de la viscoélasticité sur la biréfringence résiduelle présente dans les fibres



**Figure 1.8:** Évolution de la déformation en fonction du temps pour le système viscoélastique linéaire de Burger à un temps de réponse ayant comme propriétés  $E = 70$  GPa et  $\mu = 10^{11}$  Pa·s pour une contrainte constante  $\sigma = 1$  MPa appliquée en  $t = 0$ . La différence entre la courbe en trait plein et la courbe tiretée représente la déformation à retardement  $\epsilon_{\text{ret}}$ . Notons également la présence d'une déformation instantanée.

optiques. Pour des fins de simplicité de calcul, nous supposons que les constantes des matériaux  $G$  et  $\eta$  sont les mêmes pour le système de Maxwell et pour le système de Voigt. Le cas qui nous sera le plus utile sera le cas de chargement uniaxial en tension soit  $\sigma_{zz} \neq 0$  avec toutes les autres contraintes nulles. On peut alors écrire les relations pour les composantes en  $z$  des tenseurs de contrainte et de déformation pour le modèle de Burger qui est en fait la somme des déformations de chaque élément :

$$\epsilon_{zz} = \frac{\sigma_{zz}}{E} + \frac{1}{\mu} \int_0^t \sigma_{zz}(t') dt' + \frac{1}{\mu} \int_0^t \psi(t-t') \sigma_{zz}(t') dt' \quad (1.50)$$

où  $\psi(t)$  désigne la fonction mémoire pour un écoulement en élongation. Un exemple d'un tel écoulement est illustré à la figure 1.8. On peut associer les trois termes de (1.50) à différents types de déformation. En effet, le premier terme correspond à une déformation élastique  $\epsilon_{el}$ , le second à une déformation visqueuse  $\epsilon_{vis}$  et le dernier à une déformation à retardement  $\epsilon_{ret}$ . Il est par contre à noter que la déformation visqueuse  $\epsilon_{vis}$  n'est qu'un phénomène de transport de matière et ne cause pas d'anisotropie dans le matériau alors que les deux autres composantes  $\epsilon_{el}$  et  $\epsilon_{ret}$  créent de l'anisotropie via les éléments élastiques qui sont à leur source.

## 1.4 Modèle viscoélastique du verre

Dans le cas du verre, le modèle viscoélastique à utiliser peut se représenter à l'aide d'un module de Coulomb  $G_1$  et de compressibilité  $G_2$  dépendant du temps (Gy et al. 1994) :

$$G_1(t) = 2G\Psi_s(t) \quad (1.51)$$

$$G_2(t) = 3K_\infty - 3(K_\infty - K_0)\Psi_D(t) \quad (1.52)$$

**Tableau 1.2:** Constantes photoélastiques de la silice pure

Constante	Valeur	Unité
$p_{11}$	0,12	—
$p_{12}$	0,27	—
$q_{11}$	$0,43 \times 10^{-6}$	$\text{MPa}^{-1}$
$q_{12}$	$2,76 \times 10^{-6}$	$\text{MPa}^{-1}$

où  $G$ ,  $K_0$  et  $K_\infty$  représentent respectivement le module de Coulomb instantané, le module de compressibilité instantané et le module de compressibilité à l'équilibre (qui prend en compte la déformation à retardement).  $\Psi_s$  et  $\Psi_D$  peuvent toutes deux être représentées par des fonctions mémoire telles que définies en 1.39 et 1.41 avec des distributions de temps de réponse différentes. Ce modèle présente tous les types de déformation décrites jusqu'à maintenant sans toutefois être représenté adéquatement par les modèles présentés jusqu'ici. Il est également très convivial d'écrire les relations entre la contrainte et la déformation dans l'espace de Laplace exactement dans la même forme que les équations de l'élasticité (ou de l'écoulement visqueux) (Scherer 1986) :

$$\hat{\sigma}_i = s\hat{G}_1\hat{\epsilon}_i + \frac{1}{3}(s\hat{G}_2 - s\hat{G}_1)\text{Tr}(\hat{\epsilon}) \quad (1.53)$$

En inversant la relation dans le domaine de Laplace, on peut montrer que les modules à l'équilibre sont fonction des premiers et seconds moments de la distribution des temps de relaxation  $\tau$  apparaissant dans  $\Psi_s$  et  $\Psi_D$  (Gy et al. 1994).

## 1.5 Effet photoélastique

Le fait d'appliquer une contrainte sur un matériau isotrope entraîne un champ de déformation dans celui-ci. Or, ce champ de déformation a comme conséquence d'introduire localement une anisotropie qui peut créer des perturbations sur d'autres propriétés du matériau. En particulier, on peut penser que le tenseur de permittivité

diélectrique, par exemple, serait modifié étant donné qu'à l'échelle microscopique, le champ de déformation change la longueur des liens inter-atomiques, ce qui aurait pour effet d'altérer de manière directionnelle leur polarisabilité. Étant donné que l'indice de réfraction dépend directement de la polarisabilité, celui-ci devrait également être affecté par le biais de  $\epsilon$ . Dans les faits, ce type de comportement est bel et bien observé ; c'est *l'effet photoélastique*. Étant donné que les contraintes et les déformations sont reliées par la théorie de l'élasticité, il existe deux formulations équivalentes pour décrire la perturbation d'indice de réfraction : une formulation en fonction des composantes de tenseur de déformation  $\epsilon$  et une autre en fonction de celle du tenseur de contrainte  $\sigma$ . Il est cependant à noter que la formulation en fonction des contraintes n'est valide que pour des cas purement élastiques ; ainsi, le nom photoélastique est en quelque sorte mal choisi puisque cet effet peut être observé en présence de déformations seules. Autrement dit, seule la relation en fonction de  $\epsilon$  demeure valide dans tous les cas. De façon générale, on peut exprimer l'ellipsoïde d'indice à l'aide d'une forme quadratique (forme bilinéaire) :

$$x_i B_{ij} x_j = 1 \quad (1.54)$$

où  $x$  est le vecteur contenant les points de l'ellipsoïde d'indice et  $B$  est la forme quadratique de l'indicatrice. Lorsque le matériau est isotrope,  $B$  est représenté par une matrice diagonale dont tous les éléments sont égaux à  $1/n_0^2$  où  $n_0$  est l'indice de réfraction du matériau isotrope.

Si on suppose que la perturbation de l'ellipsoïde est liée linéairement à la déformation  $\epsilon_{ij}$ , on peut alors écrire :

$$\Delta B_{ij} = P_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (1.55)$$

Pour les mêmes considérations de symétrie que pour les matériaux isotropes mentionnées à la section 1.1, le tenseur d'ordre quatre  $P_{ijkl}$  peut être remplacé par

uniquement deux constantes,  $P_1$  et  $P_2$  :

$$\Delta \mathbf{B} = P_2 \boldsymbol{\epsilon} + P_1 \text{Tr}(\boldsymbol{\epsilon}) \boldsymbol{\delta} \quad (1.56)$$

où  $P_1$  et  $P_2$  sont habituellement notés  $p_{12}$  et  $p_{11} - p_{12}$  respectivement. Pour transformer les perturbations  $\Delta \mathbf{B}$  en perturbation d'indice, un peu de travail est nécessaire. Pour débiter, les valeurs de  $\Delta \mathbf{B}$  sont :

$$\Delta B_{ij} = \frac{1}{n_{ij}^2} - \frac{1}{n_0^2} = \frac{n_0^2 - n_{ij}^2}{n_0^2 n_{ij}^2}, \quad i = j \quad (1.57)$$

$$\Delta B_{ij} = \frac{1}{n_{ij}^2}, \quad i \neq j \quad (1.58)$$

Il est souvent plus convenable de travailler dans un système diagonal, c'est donc dans cette configuration que nous allons nous placer pour la suite de l'étude, quoique cela n'enlève aucune généralité aux relations développées jusqu'à maintenant. Également, pour éviter la confusion, nous laisserons tomber les indices répétés pour les éléments diagonaux. Pour les directions diagonales, dans l'hypothèse où les perturbations d'indice sont faibles (i.e.  $n_i \approx n_0$ ), on trouve :

$$\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_0^2} = \frac{n_0^2 - n_i^2}{n_0^2 n_i^2} = \frac{(n_0 + n_i)(n_0 - n_i)}{n_0^2 n_i^2} \approx \frac{2(n_0 - n_i)}{n_0^3} \quad (1.59)$$

En combinant cette dernière relation avec la relation 1.56, on obtient la relation donnant la variation d'indice en fonction de la déformation (dans un système diagonal) :

$$n_i - n_0 \approx \frac{n_0^3(p_{12} - p_{11})}{2} \epsilon_i - \frac{n_0^3 p_{12}}{2} \text{Tr}(\boldsymbol{\epsilon}) \quad (1.60)$$

Dans le cas de déformations élastiques, on peut également reformuler la perturbation d'indice en fonction des contraintes élastiques. La relation conserve alors la même forme :

$$n_i - n_0 \approx \frac{n_0^3(q_{12} - q_{11})}{2} \sigma_i - \frac{n_0^3 q_{12}}{2} \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}) \quad (1.61)$$

où

$$q_{12} - q_{11} = \left( \frac{1 + \nu}{E} \right) (p_{12} - p_{11}) \quad (1.62)$$

$$q_{12} = \frac{p_{12}(1 - \nu) - p_{11}\nu}{E} \quad (1.63)$$

les valeurs de  $p_{11}$ ,  $p_{12}$ ,  $q_{11}$  et  $q_{12}$  pour la silice sont colligées au tableau 1.2 (Yablon 2004). Pour des raisons pratiques, on définit souvent le *coefficient élasto-optique*  $C$  par :

$$C = \frac{n_0^3(q_{12} - q_{11})}{2} \quad (1.64)$$

On peut également définir un équivalent pour les déformations que nous nommerons *coefficient d'anisotropie optique*  $P$  :

$$P = \frac{n_0^3(p_{12} - p_{11})}{2} \quad (1.65)$$

La valeur du coefficient élasto-optique pour la silice est  $C = 3,5 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$  et celle du coefficient d'anisotropie optique est  $P = 0,23$ . Suite à toutes les notions élaborées jusqu'à présent dans ce chapitre, la mesure de biréfringence s'avère être un outil tout indiqué pour l'étude des champs de contraintes et de déformation dans les fibres optiques. On pourrait, selon ce qui vient d'être discuté, recueillir de l'information de choix sur les effets viscoélastiques et élastiques pouvant mener à l'apparition d'anisotropie dans les fibres optiques et les composants à partir de mesures de biréfringence.



## CHAPITRE 2

### APPLICATION AUX FIBRES OPTIQUES ET APPROCHES EXPÉRIMENTALES DE MESURE

Depuis la fin des années 1990, plusieurs auteurs ont publié des documents intéressants, autant sur les divers phénomènes pouvant causer des contraintes dans les fibres optiques ou les composants, que sur les méthodes utilisées pour mesurer l'effet de ces contraintes, c'est-à-dire la biréfringence matérielle via l'effet photoélastique (Raine et al. 1999, Park et al. 2002*a*, Yablon 2004). Or, malgré la grande qualité de ces publications, beaucoup de questions demeurent encore sans réponse aujourd'hui. Ce chapitre se veut donc un condensé des développements effectués autant dans la compréhension des phénomènes à la source de la biréfringence que dans les techniques de mesure utilisées pour les caractériser.

## 2.1 Contributions à l'anisotropie d'indice dans les fibres optiques et les composants

Plusieurs phénomènes peuvent être à l'origine de l'apparition de contraintes ou d'anisotropie d'indice dans les fibres optiques et les composants. Cette section présente un recensement des contributions les plus importantes au profil de biréfringence des fibres et des composants.

### 2.1.1 Contraintes thermiques

Les contraintes thermiques dans les fibres optiques sont sans doute les plus connues. En effet, les problèmes de contraintes thermiques dans le verre ont été largement étudiés entre autres par Scherer (Scherer 1986) chez Corning. De plus, Bachmann *et al.* (Bachmann et al. 1987), Timoshenko (Timoshenko et Goodier 1970),

Godbout *et al.* (Godbout et al. n.d.) ainsi que Faucher (Faucher 2003) en font état. Essentiellement, deux effets sont susceptibles de causer des contraintes : la présence d'un gradient de température dans le plan transverse de la fibre et la non-uniformité du coefficient d'expansion thermique entre les différentes couches de la fibre (cœur, gaine, etc.). Un gradient thermique dans une pièce de verre peut, dans certains cas, être très souhaitable car il a tendance à augmenter sa résistance mécanique ou, en quelque sorte, à le rendre moins fragile. Ce phénomène est intimement lié à la propriété du verre qui est de figer à une température de vitrification  $T_g$  qui dépend de la vitesse de refroidissement. Lorsque le verre fige à cette température, il a tendance à ne pas changer de volume. Le coefficient d'expansion thermique du verre étant plus important à l'état liquide qu'à l'état solide, celui-ci a donc une densité qui dépend de la température  $T_g$  et du gradient thermique en présence dans le verre puisque celui-ci est lié au taux de refroidissement par la loi de la diffusion thermique :

$$\mathbf{q} = -D_{th} \nabla T \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho C_p} \nabla \cdot \mathbf{q} \quad (2.2)$$

où  $D_{th}$  est la constante de diffusion thermique,  $\rho$  est la densité et  $C_p$  est la chaleur spécifique à pression constante. Dans le cas d'une plaque de verre trempé par exemple, on retrouverait un profil de densité plus faible sur les bords et les faces (qui refroidissent plus rapidement) et plus grande au centre (qui refroidit plus lentement). Ainsi, la partie centrale de la plaque sera en tension et elle comprimera les bords. Or, un solide en compression est moins susceptible de laisser propager les fissures (Baïlon et Dorlot 2002), ce qui est un avantage au niveau des propriétés mécaniques : le verre devient moins fragile. Cependant, en ce qui concerne la présence d'un gradient thermique dans la gaine d'une fibre optique, ce dernier peut être essentiellement négligeable. Pour établir ce fait, on peut utiliser le nombre de Biot (Bird

et al. 2002) :

$$\text{Bi} = \frac{2R_f h}{4D_{\text{th}}} \quad (2.3)$$

où  $R_f$  est le rayon de la fibre à la fin de l'étirage,  $h$  est le coefficient de transfert thermique entre la fibre et le milieu extérieur et  $D_{\text{th}}$  est la conductivité thermique totale du matériau, en l'occurrence la silice. Lorsque ce nombre est faible, cela indique que le flux de chaleur est essentiellement limité à l'interface entre la gaine et le milieu extérieur ; autrement dit, dans le matériau la conductivité thermique est suffisamment grande pour uniformiser la température plus rapidement que l'interface ne laisse passer la chaleur. Empiriquement, lorsque ce nombre est plus petit que 0,1, on juge le gradient thermique négligeable (Paek et Runk 1978). Dans le cas d'une fibre de silice, on peut estimer le coefficient de transfert  $h$  à  $30 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$  et la conductivité thermique totale  $D_{\text{th}}$  à  $25 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  (Paek et Runk 1978). On obtient alors un nombre de Biot  $\text{Bi} = 7,5 \times 10^{-5}$ , ce qui est nettement inférieur à 0,1. L'approximation du gradient de température nul dans le plan transverse de la fibre est pratique lorsqu'on veut résoudre les équations différentielles thermiques pour calculer la forme de l'écoulement entre la préforme et la fibre. Le problème devient alors essentiellement un problème à une dimension. Cependant, certaines quantités peuvent varier de façon importante avec la température comme la viscosité par exemple, qui est liée à la température par une relation exponentielle (Pone 2005) :

$$\eta(T) = 10^{-3,49+15004/(T(^{\circ}\text{C})-253)} \quad [\text{Pa} \cdot \text{s}] \quad (2.4)$$

Dans ces conditions, la distribution des propriétés du matériau peut devenir significativement non-uniforme et affecter la distribution des contraintes. Pour une fibre sans cœur ou une fibre pour laquelle le coefficient de diffusion thermique est constant sur la section transversale, l'équation différentielle de diffusion de la chaleur (2.1) nous donne la distribution radiale de température. En séparant les variables, l'équation différentielle en  $r$  est l'équation de Bessel. La solution pour le profil de température

est donc :

$$T(r) - T_0 = AJ_0(Br) \quad (2.5)$$

où  $T_0$  est la température au-delà de la surface de la fibre,  $J_0$  est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre zéro et  $B$  est une constante qui dépend des conditions aux frontières. On peut trouver la valeur de  $B$  en solutionnant l'équation transcendante suivante :

$$hJ_0(BR_f) + D_{th}BJ_{-1}(BR_f) = 0 \quad (2.6)$$

où  $R_f$  est le rayon de la fibre et  $h$  est le coefficient de transfert thermique. Cette équation est valide pour une fibre sans cœur ou une fibre ayant des propriétés thermiques relativement uniformes dans toutes ses couches.

La température de vitrification  $T_g$  est une notion importante que nous devons définir avant de continuer notre analyse. Lorsqu'on refroidit le verre, celui-ci atteint l'équilibre thermodynamique après un temps de l'ordre du temps de réponse viscoélastique. On peut définir un temps caractéristique de refroidissement (Scherer 1986) :

$$\Delta t = \Delta T \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)^{-1} \quad (2.7)$$

qui représente en quelque sorte la durée pendant laquelle le matériau reste à la même température. Ce temps caractéristique de refroidissement peut être comparé au temps de réponse viscoélastique  $\tau_s$ , défini à l'équation 1.34, qui représente le temps que prennent les molécules à se réorganiser pour adopter la conformation correspondant à l'équilibre thermique. Si ce temps  $\Delta t \gg \tau_s$  alors le fluide est à l'équilibre thermodynamique. Si  $\Delta t \approx \tau_s$ , nous sommes au point de vitrification qui définit la température  $T_g$  car si  $\Delta t \ll \tau_s$ , le fluide n'a pas le temps d'atteindre l'équilibre thermodynamique avant de refroidir davantage et il demeure dans le même état moléculaire amorphe au niveau moléculaire. En voyant la fibre comme une multitude de ressorts cylindriques en parallèle, on peut s'attendre à ce que la contrainte d'étirage soit principalement distribuée sur les régions à forte viscosité (les bords)

alors que les zones ayant une plus faible viscosité seront peu contraintes. Ceci, comme nous le verrons plus tard, pourra avoir un impact non négligeable sur les contraintes élastiques et les effets viscoélastiques. En ce qui concerne la contrainte due à la non-uniformité de la densité causée par une distribution  $T_g(r)$ , cette dernière peut être donnée par (Timoshenko et Goodier 1970) :

$$\sigma_z^{\Delta T}(r) = \frac{\alpha_{\text{liq}} E}{1 - \nu} \left[ T(r) - \frac{2}{R_f^2} \int_0^{R_f} T(r) r dr \right] \Big|_{T(0)=T_g} \quad (2.8)$$

où  $\alpha_{\text{liq}}$  est le coefficient d'expansion thermique du verre liquide près de la température de vitrification  $T_g$ . La non-uniformité du coefficient d'expansion thermique entre les différentes couches de la fibre impose une condition sur la déformation  $\epsilon_z$  qui entraîne l'apparition de contraintes. Pour mieux comprendre, prenons l'exemple d'une fibre à deux couches. Par souci de continuité,  $\epsilon_z$  doit demeurer uniforme sur la section transverse de la fibre. On doit avoir la continuité de  $\epsilon_r$  et  $\epsilon_\theta$  à l'interface cœur-gaine. Également, en observant l'équilibre des forces en coordonnées radiales sur le cube élémentaire, on trouve que (en l'absence de cisaillement) (Bazergui et al. 1993) :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad (2.11)$$

Avec les conditions mentionnées ci-dessus, et en supposant les constantes élastiques, les coefficients  $E$  et  $\nu$ , uniformes sur la section transverse, on peut trouver la contrainte axiale (Raine 1998) :

$$\sigma_z^{\Delta \alpha} = \frac{E \Delta T}{1 - \nu} \left[ \frac{2}{R_f^2} \int_0^{R_f} \alpha(r) r dr - \alpha(r) \right] \quad (2.12)$$

De plus, si le rapport  $E/(1 - \nu)$  est uniforme sur la section transverse, la relation de sommation entre les contraintes (« *sum rule* ») s'applique (Yablon 2004) :

$$\sigma_z = \sigma_r + \sigma_\theta \quad (2.13)$$

On peut donc, à partir des équations d'équilibre, des conditions aux interfaces et de la condition sur  $\epsilon_z$ , trouver toutes les composantes du tenseur de contrainte :

$$\sigma_r = \frac{1}{r^2} \int_0^r \sigma_z(r') r' dr' \quad (2.14)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_z - \sigma_r \quad (2.15)$$

### 2.1.2 Contraintes d'étirage et hydrostatiques

À proprement parler, les contraintes purement visqueuses sont associées à une redistribution de la matière dans un échantillon et ne peuvent pas causer de biréfringence car elles ne créent pas d'anisotropie dans la structure du matériau (Yablon et al. 2004). La déformation purement visqueuse n'est donc pas pertinente à notre étude puisqu'elle n'introduit aucune anisotropie. Or, la distribution de température a un impact sur la viscosité qui dépend fortement de la température. En particulier, au fur et à mesure que le verre devient solide de l'extérieur vers l'intérieur de la fibre, les couches externes subissent une déformation élastique pendant que les couches internes sont en écoulement. Lors du relâchement de la contrainte d'étirage, la déformation  $\epsilon_z$  est constante sur la section transverse. En se contractant, les couches externes très tendues auront tendance à comprimer le centre jusqu'à atteindre l'équilibre mécanique. La contrainte due à la non-uniformité de la viscosité, en supposant  $E$  uniforme sur la section transverse, est donnée par l'expression sui-

vante (Bachmann et al. 1987) :

$$\sigma_z^{\text{mec}} = \frac{F}{\pi} \left[ \mu(r) \left( \int_0^{R_f} \mu(r) \cdot 2r dr \right)^{-1} - \frac{1}{R_f^2} \right] \quad (2.16)$$

où  $F$  est la tension d'étirage.

Également, il faut noter que les contraintes hydrostatiques ou les changements de volume sont par définition isotropes. Ils ne pourront être perçus à l'aide d'un montage de biréfringence car un tel montage ne nous donne accès qu'à la composante déviatorique (anisotrope) du changement d'indice de réfraction et donc de la contrainte ou de la déformation. Or, il est important de mentionner que ces contraintes ont un léger effet sur le profil d'indice (Yablon et al. 2004). Il est par contre à noter que cette composante peut être calculée à partir des contraintes et des déformations mesurées pour déterminer localement la variation de l'indice isotrope.

### 2.1.3 Déformations viscoélastiques

L'étude de l'impact de la viscoélasticité dans l'étirage des fibres optiques ou des composants tout-fibre est primordiale puisque que presque chaque fibre en est affectée. En effet, plusieurs auteurs se sont interrogés sur le fait que, en apparence, leurs mesures semblaient conduire à une violation de l'équilibre mécanique. Autrement dit, leurs résultats ne satisfaisaient pas la condition :

$$\int_0^{R_f} \sigma_z(r) r dr = 0 \quad (2.17)$$

Si cette relation n'est pas vérifiée, c'est que l'hypothèse selon laquelle les déformations ne sont dues qu'à des contraintes élastiques n'est pas vérifiée. L'absence apparente d'équilibre mécanique indique automatiquement la présence de déformations inélastiques puisque, dans les faits, l'équilibre mécanique est bel et bien réalisé

lorsque la fibre n'est soumise à aucune force extérieure. La biréfringence résiduelle est principalement due, selon toute vraisemblance, à la composante de déformation résiduelle. Cependant, dans un écoulement de fibre, les diverses constantes mises en jeu (en particulier la viscosité  $\eta$  et donc le temps de relaxation viscoélastique  $\tau_s$ ) varient largement en fonction du temps, puisque la fibre passe graduellement d'une température élevée ( $T_g \sim 1600^\circ\text{C}$ ) à la température ambiante pendant l'étirage. À partir de considérations thermorhéologiques (Scherer 1986) et des équations 1.51 et 1.53, on peut montrer que l'anisotropie de déformation dans l'espace de Laplace peut s'écrire : (Gy et al. 1994) :

$$\Delta\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}_z - \hat{\epsilon}_\perp = \frac{\hat{\sigma}_z}{s\hat{G}_1} \quad (2.18)$$

Notons que la déformation dans le plan transverse de la fibre est isotrope car nous sommes dans une situation de chargement uniaxial. En inversant la relation et en supposant la contrainte constante pour  $t > 0$ , on trouve :

$$\Delta\epsilon = \frac{\sigma_z}{2G} \frac{\langle\tau_s^2\rangle}{\langle\tau_s\rangle^2} - \frac{\sigma_z}{2G} \left[ \frac{\langle\tau_s^2\rangle}{\langle\tau_s\rangle^2} - 1 \right] \psi(t) + \frac{\sigma_z t}{\eta} \quad (2.19)$$

où  $\psi(t)$  est une fonction de relaxation de la forme de 1.39 ou de 1.41 dont les temps de réponse sont différents (Gy et al. 1994). Le dernier terme, proportionnel au temps, représente la déformation visqueuse et ne sera pas considéré puisqu'il ne cause pas d'anisotropie. Dans la limite où le temps tend vers l'infini, on peut déterminer l'anisotropie de déformation totale :

$$\Delta\epsilon_{\text{tot}} = \Delta\epsilon_{\text{el}} + \Delta\epsilon_{\text{ret}} = \frac{\sigma_z}{2G} \frac{\langle\tau_s^2\rangle}{\langle\tau_s\rangle^2} \quad (2.20)$$

Dans le cas particulier où  $\Psi_s(t)$  est représentée par 1.41, on peut montrer que (Gy et al. 1994) :

$$\frac{\langle\tau_s^2\rangle}{\langle\tau_s\rangle^2} = \frac{b\Gamma(2/b)}{\Gamma^2(1/b)} \quad (2.21)$$



où  $b$  est l'exposant de l'équation 1.41 et  $\Gamma$  est la fonction Gamma ( $\Gamma(n+1) = n!$  pour  $n$  entier). Lors du relâchement de la contrainte d'étirage, le verre est à la température de la pièce et est à l'état solide ; il répond donc aux relations d'élasticité. Également, à la température de la pièce, la déformation à retardement demeure figée dans le verre car le temps de réponse viscoélastique devient pratiquement infini. Dans ces conditions, l'anisotropie de déformation résiduelle peut s'écrire comme la différence entre la déformation totale et la déformation purement élastique due aux contraintes à température ambiante :

$$\Delta\epsilon_{\text{res}}(r) = \left[ \frac{1}{2G(T_g)} \left( \frac{b\Gamma(2/b)}{\Gamma^2(1/b)} \right) - \frac{1}{2G(T_{\text{amb}})} \right] \sigma_z(r) \quad (2.22)$$

où  $T_{\text{amb}}$  dénote la température ambiante et  $\sigma_z$  la contrainte pendant l'étirage. À l'aide des relations photoélastiques pour la température ambiante, on peut maintenant montrer que :

$$n_z - n_{\perp} = C \left[ \frac{G(T_{\text{amb}})}{G(T_g)} \left( \frac{b\Gamma(2/b)}{\Gamma^2(1/b)} \right) - 1 \right] \sigma_z \quad (2.23)$$

qui est équivalent à l'équation présentée par Yablon *et al.* (Yablon et al. 2004). Cette équation nous montre qu'on retrouve, figée dans la fibre, une image de l'état de contrainte lorsque la fibre est à  $T = T_g$ , et ce, malgré le fait qu'elle ne soit pas tout à fait générale, puisqu'elle considère que la distribution de contraintes est la même tout au long du refroidissement. En d'autres mots, si, par exemple, il y a un gradient thermique dans cette région et donc que la viscosité dépend du rayon de la fibre, la contrainte  $\sigma_z$  varie également en fonction du rayon et devrait laisser une trace dans le profil de biréfringence. Des fibres tirées très rapidement sont plus susceptibles de subir un fort gradient de température et donc de montrer des non-uniformités dans le profil de retard de phase. De la même façon, ceci explique très bien pourquoi le profil de contrainte est en apparence hors-équilibre puisqu'il conserve une image de l'état de contrainte pendant l'écoulement et le refroidissement.

## 2.2 Effet de la vitesse d'étirage

Pour une même géométrie d'étirage, les contraintes visqueuses (qui sont à la source des contraintes et déformations viscoélastiques) sont proportionnelles à la vitesse d'étirage. Pour illustrer ce propos, supposons un écoulement à toutes fins pratiques incompressible de densité relativement uniforme et dont le profil d'écoulement  $R(z)$  est relativement doux. Ces hypothèses impliquent les approximations suivantes :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial r} \approx 0 \quad (2.25)$$

Dans ces conditions, on peut connaître la composante  $\dot{\epsilon}_z$  du tenseur taux de déformation par conservation du flux (ou de la quantité de mouvement) et donc la contrainte :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R v_z r dr d\theta = v_z \pi R(z)^2 = v_p \pi R_p^2 = v_f \pi R_f^2 \Rightarrow v_z(z) = v_f \frac{R_f^2}{R^2(z)} = v_p \frac{R_p^2}{R^2(z)} \quad (2.26)$$

où  $v_f$  désigne la vitesse de la fibre,  $v_p$  la vitesse de la préforme et  $R_p$  le rayon de la préforme. On trouve alors en utilisant l'équation (1.30) :

$$\sigma_z = 3\eta \frac{\partial v_z}{\partial z} = -2 \left( \frac{3\eta v_f R_f^2}{R^3} \right) \frac{dR}{dz} \quad (2.27)$$

Autrement dit, des fibres tirées à des vitesses différentes pour une distribution de température  $T(z)$  et une géométrie d'étirage  $R(z)$  semblables devraient montrer des déformations et des contraintes résiduelles essentiellement proportionnelles entre elles dans le rapport des vitesses d'étirage.

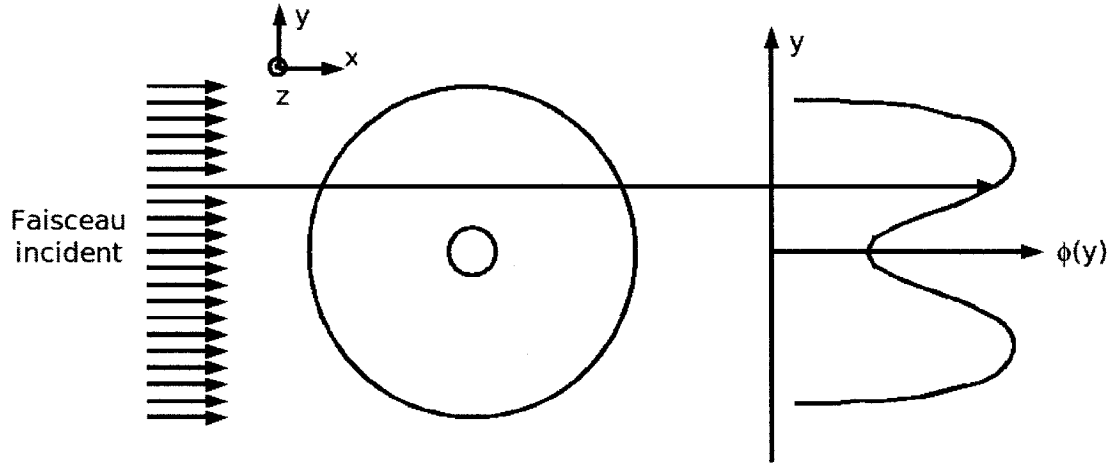
### 2.2.1 Autres sources de contraintes et de déformations

Il existe d'autres phénomènes pouvant causer des contraintes dans les fibres optiques ou les composants, que ce soit des composants tout-fibre ou des modules d'optique intégrée écrits par impulsions laser femtosecondes. Un de ces phénomènes en particulier est la *densification*. Ce phénomène se produit entre autres lorsque de la silice fortement dopée au germanium est exposée au rayonnement ultra-violet. Il est également suggéré que le même phénomène se produit dans l'écriture de guides d'onde par laser femtoseconde quoique les mécanismes mis en jeu diffèrent. Au point de vue des relations contraintes-déformation, les contraintes induites par la densification sont, conceptuellement, en tous points identiques aux contraintes thermiques dues à une non-uniformité du coefficient d'expansion thermique du matériau puisque ces deux effets sont liés à des changements de volume. Cependant, le processus de densification est rarement uniforme et donc potentiellement plus complexe à traiter. Certaines études effectuées sur les réseaux de Bragg par Raine *et al.* (Raine et al. 1999) et sur les guides d'ondes écrits par impulsions femtoseconde par Busque *et al.* (Busque et al. 2006) suggèrent que les changements d'indice sont en effet liés à des processus de densification.

Il est également à noter que l'utilisation d'arcs électriques ou de chauffage de la fibre sont autant d'autres sources potentielles de contraintes ou de déformation anisotrope viscoélastique puisqu'ils sont liés à des processus d'origine thermique.

## 2.3 Méthodes de mesure de contraintes-déformations par l'effet photoélastique

Tel que mentionné antérieurement, l'effet photoélastique s'avère être un outil de choix pour évaluer les anisotropies structurelles dans les fibres optiques ou tout autre composants. Sont décrits dans cette section les principes généraux mis en ap-



**Figure 2.1:** Illustration du faisceau sonde traversant la fibre en acquérant un retard de phase  $\phi$  entre la polarisation orientée selon  $z$  et celle orientée selon  $y$ . Ce retard de phase est donné par l'intégration de la différence des indices de réfraction  $\Delta n = n_z - n_y$  le long de  $x$ . Ces indices sont fonction des contraintes et des déformations via l'effet photoélastique.

plication dans la mesure de biréfringence dans le but d'en tirer l'information sur les contraintes élastiques et les déformations résiduelles viscoélastiques. Un tour d'horizon des méthodes existantes sera également effectué pour mieux comprendre les enjeux techniques que représentent les mesures de faible biréfringence.

### 2.3.1 Principes généraux de la mesure

Pour mesurer l'état de contrainte axiale dans une fibre optique, on utilise un faisceau sonde collimé qui traverse la fibre perpendiculairement à l'axe de celle-ci (axe  $z$ ). Le faisceau est polarisé à  $45^\circ$  par rapport à cet axe, tel qu'illustré à la figure 2.1. La fibre (ou l'échantillon) est plongé dans un liquide d'indice pour éliminer la réfraction. Le retard de phase accumulé entre les deux composantes de polarisation de la lumière traversant la fibre est donné par :

$$\phi(y) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\sqrt{R_f^2 - y^2}}^{\sqrt{R_f^2 - y^2}} [n_z(x, y) - n_y(x, y)] dx \quad (2.28)$$

On considère que la réfraction par le cœur (ou le saut d'indice dans le cas des guides d'ondes écrits par laser femtoseconde) est négligeable. En utilisant les équations (1.60) et (1.61) qui décrivent l'effet photoélastique, on peut reformuler cette équation :

$$\phi(y) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\sqrt{R_f^2-y^2}}^{\sqrt{R_f^2-y^2}} \{C[\sigma_z(x, y) - \sigma_y(x, y)] + P\Delta\epsilon_{\text{res}}(x, y)\} dx \quad (2.29)$$

où les contraintes  $\sigma_z$  et  $\sigma_y$  sont d'origine purement élastique et  $P$  et  $\Delta\epsilon_{\text{res}}$  sont définis respectivement aux équations (1.65) et (2.22). Or, pour un cylindre fermé, on peut montrer que (Poritsky 1934) :

$$\int_{-\sqrt{R_f^2-y^2}}^{\sqrt{R_f^2-y^2}} \sigma_y(x, y) dx = 0 \quad (2.30)$$

ce qui nous donne l'expression finale pour le retard de phase :

$$\phi(y) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\sqrt{R_f^2-y^2}}^{\sqrt{R_f^2-y^2}} \beta(x, y) dx \quad (2.31)$$

où

$$\beta(x, y) = C\sigma_z(x, y) + P\Delta\epsilon_{\text{res}}(x, y) \quad (2.32)$$

Les déformations résiduelles  $\epsilon_{\text{res}}$  sont a priori isotropes dans le plan transverse  $xy$ , ce qui fait que la quantité  $\beta(x, y)$  est un scalaire, si la fibre est relativement invariante sur des longueurs plus grande que son diamètre (ce qui n'est pas forcément le cas pour une fibre irradiée aux rayons UV, laser CO<sub>2</sub>, etc), et peut être inversée par toute méthode tomographique jugée convenable. Par exemple, pour des corps à symétrie circulaire, on peut utiliser la transformée d'Abel inverse (Asaki et al. 2005). Dans le cas plus général de fibre n'ayant pas la symétrie circulaire comme les

fibres à maintien de polarisation,  $\beta$  peut être retrouvé par la transformée de Radon inverse (Kak et Slaney 1988). Par contre, dans l'éventualité où la variation d'indice de réfraction liée à la déformation résiduelle ne serait pas isotrope dans le plan  $xy$ , alors la différence d'indice pour un point donné dans la fibre dépendrait de l'angle de la projection tomographique, ce qui rendrait l'inversion du retard de phase impossible par des méthodes de tomographie scalaire. Certains effets non-linéaires dans l'écoulement du verre sont susceptibles de générer une telle biréfringence si le taux de cisaillement dans l'écoulement est important ; ceci n'est généralement pas le cas, la transition entre la préforme et la fibre étant relativement douce (l'écoulement est principalement en régime d'élongation plutôt qu'en cisaillement).

### 2.3.2 Méthode du « *half-shade device* »

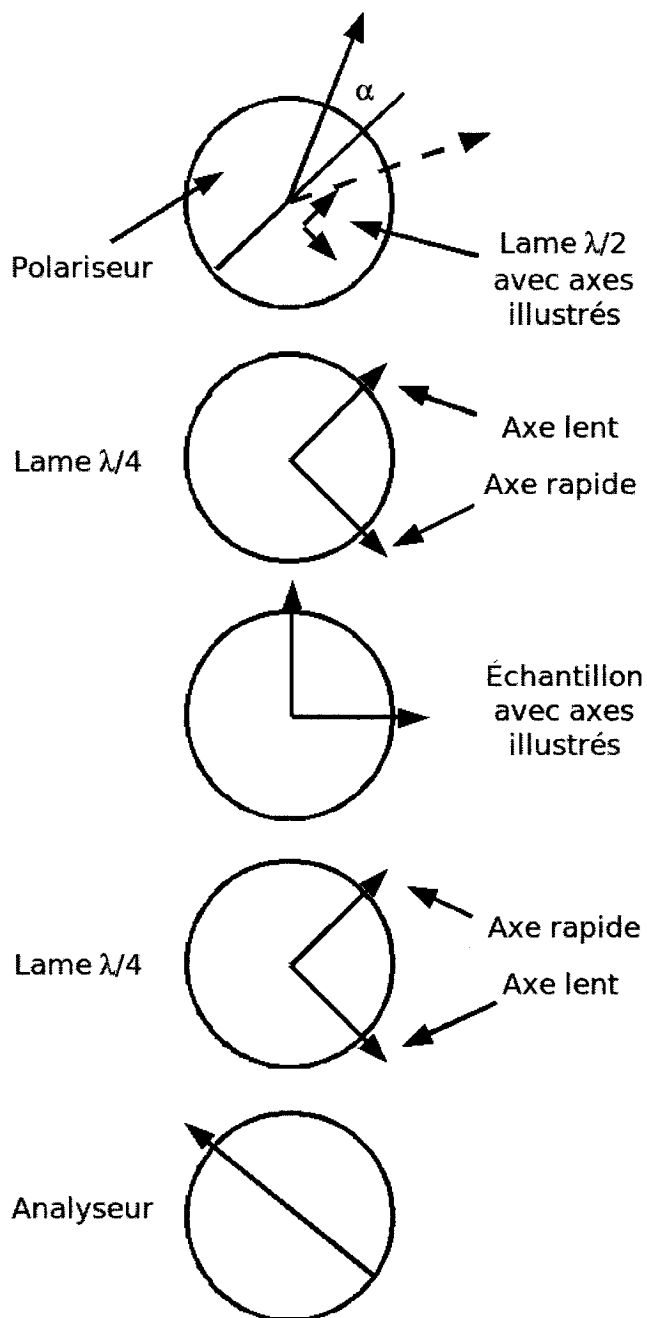
La méthode du « *half-shade device* » est une alternative intéressante à la méthode de la lame quart d'onde. La méthode de la lame quart d'onde est simple et pratique quand vient le temps de mesurer des valeurs de biréfringences inconnues, mais elle nécessite de mesurer avec précision l'angle pour lequel on obtient un minimum d'intensité transmise par un analyseur. Or, la loi de Malus stipule que :

$$I_t = I_0 \cos^2(\theta) \quad (2.33)$$

où  $\theta$  est l'angle entre l'axe de transmission de l'analyseur et la direction de la polarisation linéaire incidente. Or, la sensibilité de ce genre de système à l'angle est mauvaise autour de l'extinction puisque :

$$\left. \frac{dI_t}{d\theta} \right|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = 0 \quad (2.34)$$

ce qui a pour effet d'induire une imprécision significative dans la mesure de l'angle, en particulier lorsque celui-ci est petit. Or, la méthode de la lame quart d'onde ayant



**Figure 2.2:** Illustration de l'arrangement des divers éléments dans un montage de biréfringence par la méthode du « *half-shade device* ». Un polariseur combiné à une lame demi-onde contribuent à créer deux états de polarisation rectilignes qui constituent les deux moitiés du champ d'observation. Ces deux polarisations sont ensuite transformées en états de polarisation elliptiques identiques mais dont le sens de parcours est inversé. Ces deux états de polarisation sont ensuite altérés par l'échantillon. La lame quart d'onde les retransforme en polarisations rectilignes ce qui permet, en tournant l'analyseur, de trouver le point où les intensités des deux moitiés du champ sont égalisées.

pour effet de tourner l'angle de la polarisation d'entrée (linéaire) d'un angle  $\Delta\theta$  proportionnel au retard de phase  $\phi$  accumulé dans l'échantillon que l'on cherche à caractériser,  $\phi$  sera difficile à mesurer avec précision ( $\Delta\theta \propto \phi$ ). La méthode du « *half-shade device* » quant à elle est en quelque sorte basée sur une mesure différentielle d'intensité (non-nulle) dont la sensibilité par rapport au retard de phase est considérable. Une façon simple de construire un tel système est illustrée à la figure 2.2. On doit tout d'abord placer le système entre polariseurs croisés orientés à  $45^\circ$  des axes propres de l'échantillon à mesurer. On introduit subséquemment une lame demi-onde couvrant la moitié du champ, dont un des axes neutres est orienté selon la direction du polariseur d'entrée. Une lame quart-d'onde est ensuite introduite entre l'échantillon et l'analyseur avec ses axes propres orientés de façon telle à compenser la première lame quart d'onde. En désalignant légèrement le polariseur d'entrée (en le tournant d'un angle  $\alpha$  tel qu'illustré sur la figure 2.2), on crée deux ellipses de polarisation de même ellipticité mais dont les sens de parcours sont opposés l'un de l'autre. Par exemple, on pourrait avoir une ellipse tournant dans le sens anti-horaire dans la partie du champ qui est couverte par la lame demi-onde et une autre tournant dans le sens horaire dans l'autre partie. La différence d'intensité transmise par un tel système entre les deux parties du champ serait de la forme :

$$\Delta I = \sin^2 \left( \theta + \alpha - \frac{\phi}{2} \right) - \sin^2 \left( \theta - \alpha - \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.35)$$

où  $\theta$  est l'angle de rotation de l'analyseur et a son origine au point d'extinction du système polariseur-analyseur croisés. Dans ces conditions, on note que l'intensité est la même des deux côtés du champ lorsque  $\phi = 0$ . Autrement, l'intensité est la même pour  $\theta = \phi/2$ . La sensibilité de ce système de mesure de biréfringence est donc :

$$\left. \frac{\partial \Delta I}{\partial \theta} \right|_{\theta=\frac{\phi}{2}} = 4 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \quad (2.36)$$



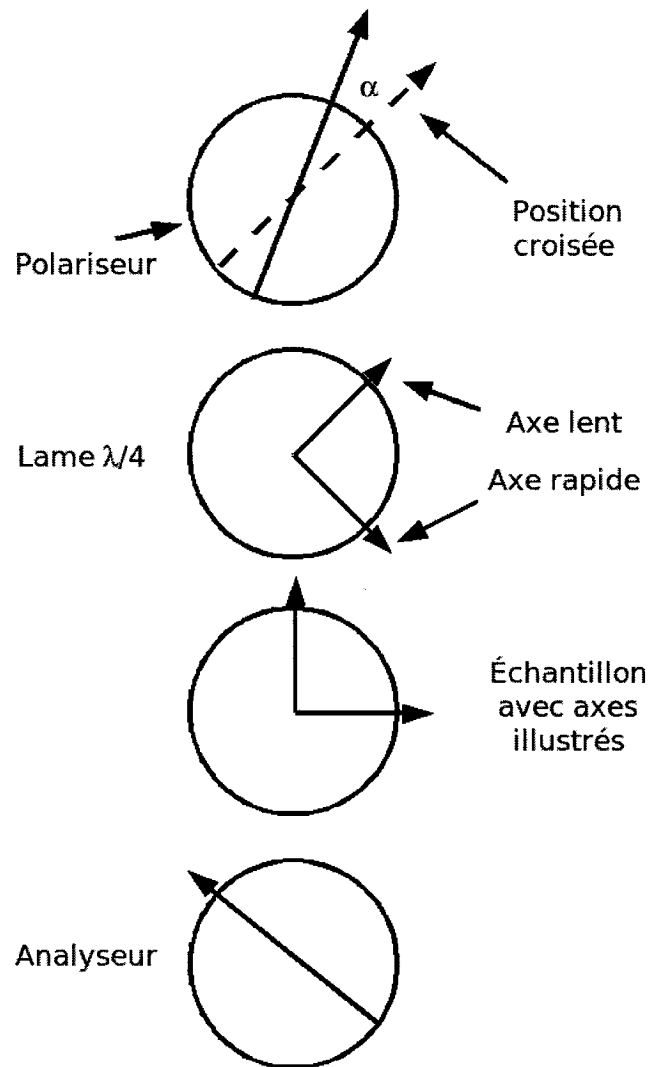
On peut donc en quelque sorte ajuster la sensibilité du système en optimisant la plage dynamique et le décalage angulaire  $\alpha$ . Une variante de cette technique de mesure a été utilisée par Raine pour relever des profils de biréfringence dans les fibres optiques (Raine 1998, Raine et al. 1999).

### 2.3.3 Compensation du retard de phase

La compensation du retard de phase peut prendre quelques formes différentes dont deux sont présentées ici. La première, employée par Park *et al.* (Park et al. 2002a, Park et al. 2002b, Park et al. 2003, Park et al. 2004), consiste à compenser directement le retard de phase induit par l'échantillon en ajustant l'ellipticité de la polarisation à l'entrée du système. La seconde, employée par Montarou *et al.* (Montarou et Gaylord 2004, Montarou et al. 2006a, Montarou et al. 2006b), consiste à former une polarisation linéaire à partir de l'échantillon et d'une lame biréfringente supplémentaire insérée dans le système.

#### 2.3.3.1 Compensation directe du retard de phase

La compensation directe du retard de phase utilisée par Park *et al.* (Park et al. 2002a) est sans aucun doute la méthode la plus simple qu'il soit possible de réaliser pour mesurer la biréfringence induite par un échantillon. En effet, cette méthode utilise très peu d'éléments optiques, ce qui limite à la fois la biréfringence parasite et le nombre de manipulations nécessaires pour effectuer la mesure. Cette méthode est également basée sur un arrangement de polariseur-analyseur croisés, tel qu'illustré à la figure 2.3. On introduit entre les deux polariseurs un échantillon à mesurer (dont les axes propres sont à  $45^\circ$  de l'axe de transmission de l'analyseur) et une lame quart d'onde dont un axe propre est parallèle à l'axe de transmission de l'analyseur. En tournant légèrement le polariseur par rapport à sa position croisée d'un angle  $\alpha$ , on crée à la sortie de la lame quart-d'onde une ellipse orientée selon les axes propres de la lame. Si l'ellipticité de la polarisation correspond exactement à celle qu'induirait



**Figure 2.3:** Illustration de l'arrangement des divers éléments dans un montage de mesure de biréfringence par la méthode de compensation directe du retard de phase. Un polariseur et une lame quart-d'onde contribuent à créer un état de polarisation elliptique avec ses axes propres à  $45^\circ$  de ceux de l'échantillon. Lorsque le retard de phase induit par l'échantillon ramène l'état de polarisation elliptique à une polarisation linéaire, on observe l'extinction à la sortie du système. Cette méthode est en fait la méthode de la lame quart-d'onde dont la position des éléments a été inversée.

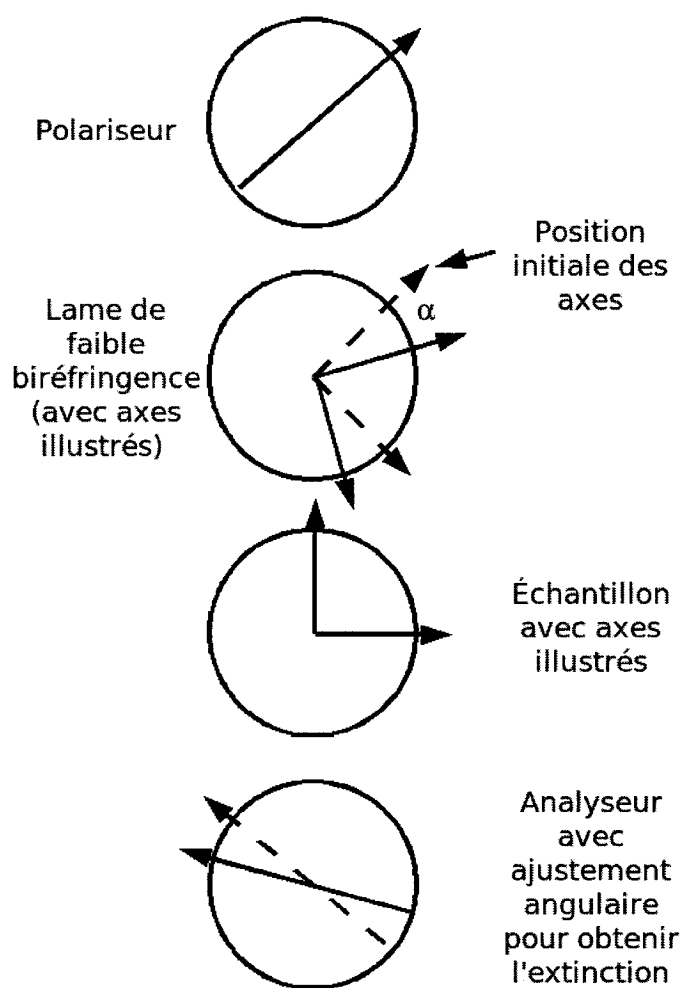
le retard phase de l'échantillon mais que le sens de parcours est inversé, alors le système n'a aucun effet et on obtient une extinction. Au point de vue conceptuel, cette méthode est identique à la méthode de la lame quart d'onde, la seule différence étant que le sens de parcours de la lumière est inversé. Le retard de phase induit par l'échantillon est donc donné à un signe près par :

$$\phi = 2\alpha \quad (2.37)$$

Cette méthode souffre de façon évidente des limitations de la méthode de la lame quart d'onde, soit sa relative insensibilité à proximité de l'extinction et le fait qu'elle demande de détecter précisément la présence d'un minimum d'intensité tout en mesurant précisément une valeur d'angle relativement faible. Park *et al.* ont amélioré la méthode en effectuant la régression d'une fonction parabolique sur l'intensité transmise, ce qui approxime la forme de la fonction de transmission du système autour du minimum d'intensité et permet une connaissance plus précise de  $\phi$ .

### 2.3.3.2 Compensation par la méthode des deux lames

La méthode par la compensation lames à deux retards (Montarou et Gaylord 2004) est fondamentalement basée sur la méthode du compensateur de Brace-Köhler. La méthode de Brace-Köhler consiste à introduire entre polariseurs et analyseurs croisés une lame de faible biréfringence (avec un de ses axes propres orientés selon la direction du polariseur) et l'échantillon, orienté à  $45^\circ$  des polariseurs-analyseurs. En tournant la lame de faible biréfringence légèrement par rapport à sa position d'origine, la polarisation sortante devient légèrement elliptique et conserve pratiquement son orientation. Il est donc possible de compenser le retard de phase induit par l'échantillon en tournant la lame dans le bon sens, pourvu que le retard de l'échantillon soit inférieur à celui de la lame. Dans ces conditions, le retard de phase



**Figure 2.4:** Illustration de l'arrangement des divers éléments dans un montage de mesure de biréfringence par la méthode de compensation du retard de phase à deux lames. L'échantillon et une lame de faible biréfringence sont introduits entre polariseurs et analyseurs croisés. En tournant la lame de faible retard de phase et le polariseur, il est possible de retrouver l'extinction. La variation de position angulaire de lame nécessaire pour retrouver l'extinction est fonction du retard de phase de l'échantillon. Le cas illustré ici est celui pour lequel le retard de phase de la lame de faible biréfringence  $\phi_L$  est supérieur à celui de l'échantillon  $\phi_s$ .

de l'échantillon est donné par (Montarou et Gaylord 2004) :

$$\phi_s = -\phi_L \sin(2\alpha) \quad (2.38)$$

où  $\phi_L$  est le retard de phase de la lame et  $\alpha$  est l'angle dont on doit tourner la lame. Or, cette relation n'est valable que si  $\phi_s < \phi_L$ . Autrement, c'est l'échantillon qu'on doit faire tourner et on obtient le retard de phase par :

$$\phi_s = -\frac{\phi_L}{\sin(2\alpha)} \quad (2.39)$$

où  $\alpha$  représente ici l'angle dont on doit tourner l'échantillon. Cette méthode s'avère cependant inexacte car, entre autres, l'ellipse de polarisation ne traverse pas l'échantillon à  $45^\circ$  de ses axes propres et l'on n'observe pas une extinction totale. La méthode de Montarou *et al.* de compensation à deux lames (illustrée à la figure 2.4) n'est en fait que la version généralisée de la méthode de Brace-Kölher où les calculs sont effectués de manière exacte. Il se trouve d'ailleurs qu'il existe pour une combinaison de deux retardateurs un décalage angulaire entre leurs axes propres qui assure la transmission d'une polarisation linéaire ayant tourné d'un certain angle par rapport à la polarisation incidente. Donc, on peut trouver par itération la combinaison de position angulaire (relative) des deux lames et de l'analyseur qui donne l'extinction complète. Dans cette condition, il est possible de déterminer le retard de phase de l'échantillon par :

$$\sin(2\alpha) = -\frac{\tan(\phi_s)}{\tan(\phi_L)} \quad (2.40)$$

Si le rapport des tangentes est  $> 1$ , il suffit de tourner l'échantillon au lieu de la lame, ce qui équivaut à inverser le rapport. Comme la méthode de la lame quart d'onde, cette méthode nécessite de déterminer avec précision la position angulaire relative de la lame et de l'échantillon ainsi que la position de l'analyseur qui, toutes combinées, donnent l'extinction. Étant donné la complexité de la méthode, il n'est

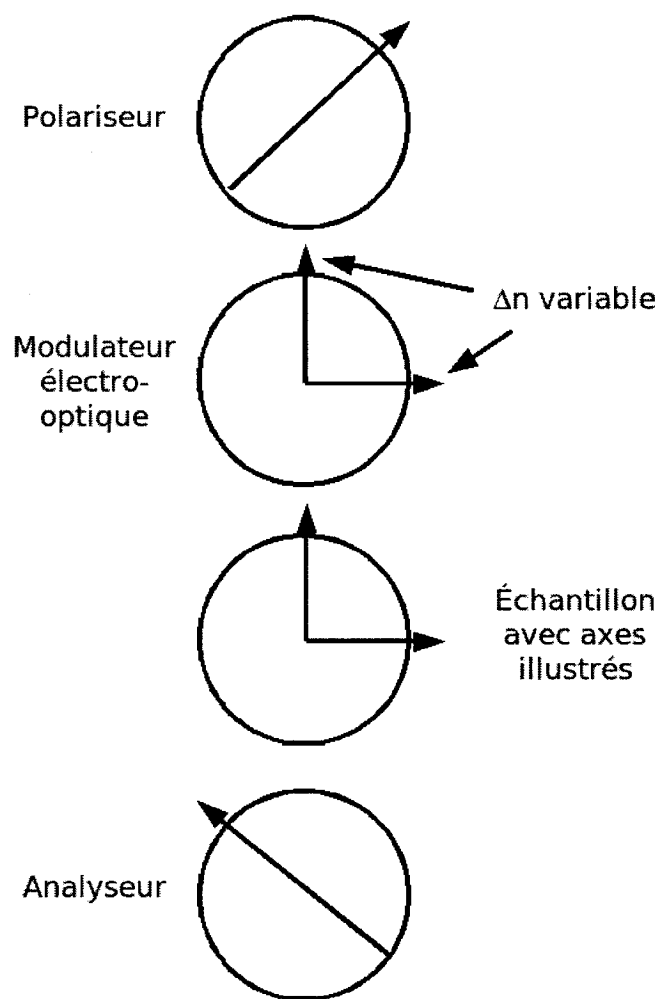
pas surprenant qu'elle soit moins précise que la méthode de la lame quart d'onde (Montarou et al. 2006b).

### 2.3.4 Modulation du retard de phase

La méthode de modulation du retard de phase élaborée par Faucher *et al.* au Laboratoire des fibres optiques est à la base de la méthode utilisée pour la réalisation de ce travail et est illustrée à la figure 2.5. Le principe de base de cette mesure est de comparer un retard de phase variable (et connu) à celui de l'échantillon. Pour ce faire, on introduit un modulateur de phase en compagnie de l'échantillon à mesurer entre polariseur-analyseur croisés. Les axes propres de l'élément variable ainsi que ceux de l'échantillon sont orientés à  $45^\circ$  des axes du polariseur et de l'analyseur, assurant la conservation de l'orientation des ellipses de polarisation parallèle à l'axe de l'analyseur. Le retard de phase variable introduit dans ce système est créé par un modulateur électro-optique. On fait varier le retard de phase net de façon sinusoïdale (dans le temps) après avoir bien pris soin d'annuler la biréfringence résiduelle. Dans ces conditions, on peut montrer que le signal (en intensité) à la sortie du système est donné par :

$$I_t(t) = I_0 \sin^2 \left[ \frac{\phi}{2} + \frac{\Omega}{2} \sin(2\pi ft) \right] \quad (2.41)$$

où  $\Omega$  représente l'amplitude de modulation de retard de phase et  $f$  est la fréquence du signal. En termes plus simples, le signal de sortie est oscillant avec des maxima correspondant aux cas où les retards de phase du modulateur et de l'échantillon se compensent et s'additionnent. On peut effectuer une régression non-linéaire de ce signal avec  $\phi$  et  $I_0$  comme paramètres, ce qui nous fournit le retard de phase  $\phi$  cherché. La méthode utilisée dans ce travail est essentiellement calquée sur celle-ci, à l'exception de la nature du modulateur et de la fonction de régression. La présentation de la méthode expérimentale fait d'ailleurs l'objet du chapitre suivant.



**Figure 2.5:** Illustration de l'arrangement des divers éléments dans un montage de mesure de biréfringence par la méthode de modulation du retard de phase. Un polariseur et un modulateur électro-optique contribuent à créer un état de polarisation elliptique variable (en sens de parcours et en ellipticité) avec ses axes propres à  $45^\circ$  de ceux de l'échantillon. Le signal (en intensité) transmis par le système peut ensuite être analysé pour extraire le retard de phase de l'échantillon  $\phi$ .

## CHAPITRE 3

### MONTAGE EXPÉRIMENTAL

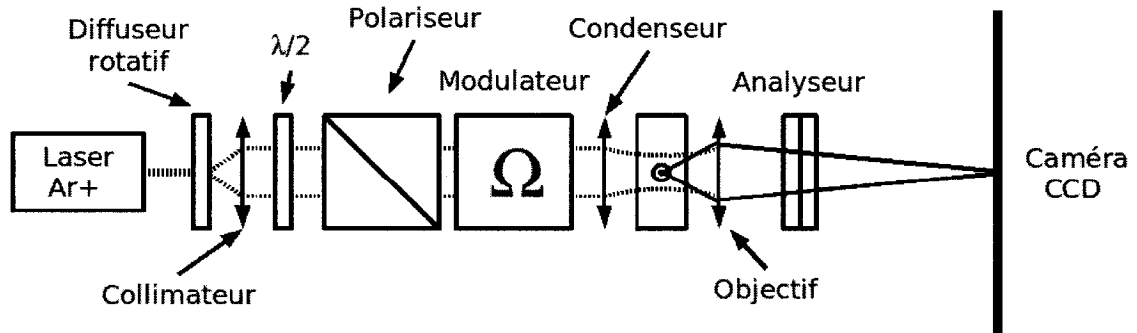
Ce chapitre offre une description détaillée du montage développé au Laboratoire des fibres optiques et utilisé pour mesurer de faibles biréfringences. Les explications techniques ainsi que certains points critiques sont abordés.

#### 3.1 Montage de mesure de faibles biréfringences

Cette section renferme tous les détails nécessaires à la compréhension ainsi qu'à l'utilisation du montage expérimental ayant servi pour obtenir les résultats présentés dans ce travail. Le montage est représenté schématiquement sur la figure 3.1.

##### 3.1.1 Survol des éléments du montage

La source utilisée pour éclairer les échantillons est un laser à argon ( $\lambda = 488 \text{ nm}$ ) d'une puissance avoisinant les 2 Watts. Son utilisation assure une meilleure résolution que d'autres sources de plus grande longueur d'onde (comme les lasers HeNe souvent utilisés dans ce type de montage) et sa relativement grande puissance, permettant d'exploiter au maximum la plage dynamique de la caméra CCD. Le diffuseur



**Figure 3.1:** Schéma du montage expérimental de mesure de petites biréfringences



rotatif a pour but de diminuer la cohérence spatiale du faisceau. Ceci permet de diminuer considérablement le contraste de certaines figures d'interférences qui ont précédemment été observés dans la phase de mise au point et d'optimisation du système de mesure. Ces franges perturbaient considérablement les mesures et diminuaient la résolution du retard de phase en introduisant du bruit supplémentaire.

La lame demi-onde est un élément facultatif dans le montage ; combinée avec le polariseur, elle agit comme un atténuateur ajustable. Le cube polariseur a pour but d'orienter la polarisation du faisceau à  $45^\circ$  de son axe principal de contrainte (ou de déformation). Dans le cas de fibres optiques, cet axe coïncide avec l'axe de transmission habituellement noté  $z$  tel qu'illustré à la figure 2.1.

Le modulateur, formé de deux lames quart-d'onde quasi-compensées, sert à altérer l'état de polarisation incident sur l'échantillon. Son fonctionnement n'étant pas trivial, l'étude détaillée du modulateur est présentée dans la section suivante.

Le condenseur, donnant une ouverture numérique de faisceau très faible, sert à augmenter l'irradiance au niveau de l'échantillon tout en assurant une longueur de Rayleigh plus grande que l'épaisseur de ce dernier. Par exemple, pour un faisceau gaussien ayant un étranglement  $w_0$  égal au rayon de la fibre  $R_f = 62,5 \mu\text{m}$ , la longueur de Rayleigh est :

$$L_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} = \frac{\pi(62,5)^2}{488} \times 10^{-3} \approx 2,5 \times 10^{-2} \text{ m} \gg 125 \mu\text{m} \quad (3.1)$$

ce qui correspond à une ouverture numérique du faisceau :

$$\text{O.N.} \approx \frac{\lambda}{\pi w_0} = \frac{0,488}{\pi \times 62,5} \approx 0,0025 \quad (3.2)$$

Ainsi, on peut considérer que le front d'onde de la lumière traversant l'échantillon est

bien plan et que le retard de phase peut bien être estimé par les équations présentées à la section 2.3.1. Il est à noter qu'on peut également utiliser un objectif fournissant l'ouverture numérique maximale donnant une longueur de Rayleigh exactement égale au diamètre de la fibre :

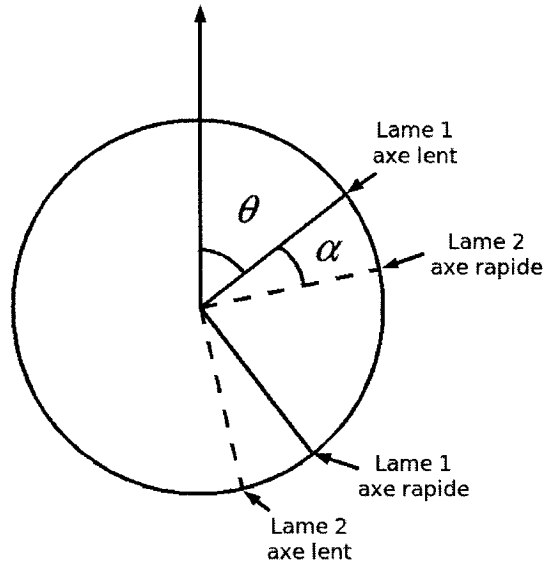
$$\text{O.N.}_{\max} \approx \frac{\lambda}{\pi} \left( \frac{\lambda L_R}{\pi} \right)^{-1/2} \approx 0,035 \quad (3.3)$$

L'échantillon est placé sur une monture ajustable (quatre ou cinq axes) pour permettre l'alignement par rapport aux autres éléments du système. Dans le cas des composants à fibre optique, ces derniers sont plongés dans une cuve de liquide d'indice spécialement conçue dans le but d'empêcher la réfraction à l'interface entre la fibre et le milieu environnant.

La lentille servant à produire l'image de l'échantillon sur la caméra est un objectif de microscope de grossissement  $25\times$  ayant une ouverture numérique de 0,4. Celui-ci permet un grossissement substantiel et offre une résolution suffisamment grande pour observer des détails de l'ordre du micron grâce à son ouverture numérique.

L'analyseur, dont l'axe de transmission est orienté à  $90^\circ$  de celui de la polarisation incidente sur l'échantillon, ne laisse passer que la composante de polarisation utile à notre analyse. C'est un polariseur dichroïque soutenu par deux lames de verre BK7 ayant un coefficient d'extinction de 40 dB.

La caméra CCD numérique de Dalsa est la Pantera<sup>MD</sup> 1M60. Cette caméra numérique linéaire à faible bruit a une plage dynamique de 12 bits (4096 niveaux de gris) et une résolution de 1 mégapixel. Elle est capable de produire 60 images par seconde mais est typiquement utilisée avec un taux d'exposition variant de 0,05 à 1 seconde dans les expériences pour assurer l'exploitation optimale de la plage dy-



**Figure 3.2:** Deux lames retardatrices superposées quasi-compensées ; les axes propres sont compensés puis décalés angulairement d'un angle  $\alpha$ . Le système en entier est tourné d'un angle  $\theta$  pour effectuer la modulation.

namique assurant ainsi une meilleure résolution sur le signal. Elle a un désavantage par contre : la taille relativement grande du capteur (de l'ordre de 1,2 cm de côté) nécessite un éclairage assez intense pour avoir un bon rapport signal sur bruit tout en respectant les conditions de planéité du faisceau au niveau de l'échantillon.

### 3.1.2 Modulateur de phase : principes de fonctionnement

Pour un système de mesure comme celui qui est décrit ici, il est plus pratique d'utiliser un modulateur fonctionnant de façon incrémentale plutôt qu'en continu, en particulier pour profiter de longs temps d'intégration favorisant entre autres l'acquisition d'un meilleur signal. Or, un bon modulateur pour un tel système de mesure doit également être ajustable et offrir une certaine stabilité tout au long de l'acquisition. Pour satisfaire à toutes ces caractéristiques, nous avons conçu un modulateur d'un nouveau genre, peu coûteux et facile d'utilisation. La présente section vise à démontrer, à l'aide des matrices de Jones (Iizuka 2002), qu'il est possible de créer

un modulateur de polarisation variable à partir de deux lames quart-d'onde dont les axes propres (compensés) sont décalés angulairement d'un angle  $\alpha$  tel qu'illustré à la figure 3.2. Considérons le système complet de deux lames de retard  $\delta$  compensées à un décalage angulaire  $\alpha$  près. Dans notre cas, les deux lames sont des lames quart-d'onde ( $\delta = \pi/2$ ) :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

En multipliant les trois dernières matrices formant  $\mathbf{M}$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}' &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \alpha & e^{-i\delta} \sin \alpha \\ -e^{i\delta} \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.5)$$

En diagonalisant cette matrice, on obtient les valeurs propres suivantes :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \cos \alpha - i \sin \alpha = e^{-i\alpha} \\ \lambda_2 &= \cos \alpha + i \sin \alpha = e^{i\alpha} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Les vecteurs propres associés sont :

$$\mathbf{v}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{-i(\delta+\pi/2)/2} \\ -e^{i(\delta+\pi/2)/2} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{v}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -e^{-i(\delta+\pi/2)/2} \\ -e^{i(\delta+\pi/2)/2} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Dans le cas où  $\delta = \pi/2$ , c'est-à-dire que les deux lames retardatrices sont des lames quart-d'onde, les vecteurs propres deviennent :

$$\mathbf{v}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{v}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

sur lesquels on peut projeter avec une matrice de rotation de  $\theta = \pi/4$ . On obtient donc le système équivalent suivant :

$$\mathbf{M} = e^{-i\alpha} \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & -\sin \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i2\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & \sin \frac{\pi}{4} \\ -\sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

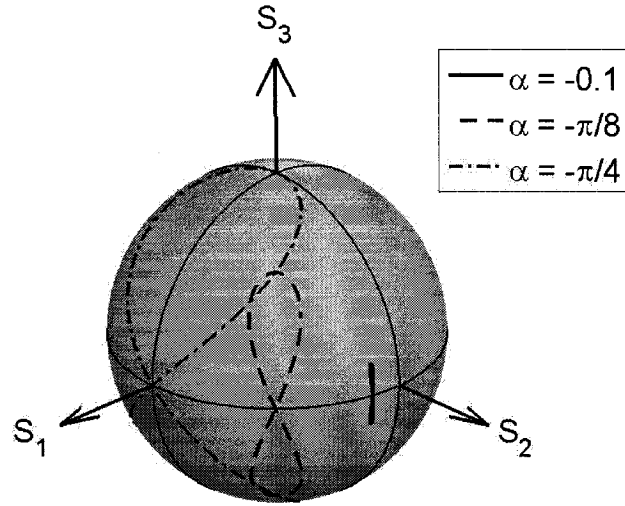
Or, puisque les matrices de rotation sont commutatives, on peut changer l'ordre des deux premières matrices de l'équation (3.11). Il suffit ensuite de faire subir une rotation de  $-\pi/4$  à l'ensemble pour obtenir un système équivalent à deux matrices :

$$\mathbf{M}'' = e^{-i\alpha} \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i2\alpha} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

On remarque que, en négligeant le facteur de phase, cette matrice est l'équivalent du produit d'une lame retardatrice de retard  $2\alpha$  et d'une matrice de rotation d'un angle  $\alpha$ . On peut donc exprimer cette matrice de transformation comme étant :

$$\mathbf{T} = \mathbf{R}_\alpha \mathbf{L}_{2\alpha} \quad (3.13)$$

Ainsi, il suffit de tourner la polarisation incidente d'un angle  $-\alpha$  pour annuler l'effet de  $\mathbf{R}_\alpha$ . En d'autres mots, le système décrit ainsi est une lame biréfringente à retard de phase variable qui conserve la trajectoire du faisceau, contrairement à

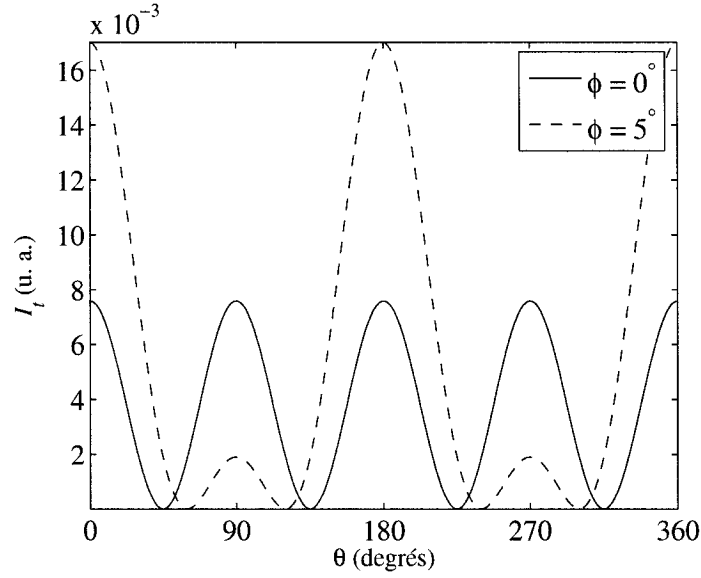


**Figure 3.3:** Parcours décrit par la polarisation sortante du système de lames en rotation constituant le modulateur pour différents désalignements angulaires  $\alpha$  (en radians). Les courbes sont tracées pour  $\theta \in [0, \pi]$  rad.

d'autres compensateurs (comme les compensateurs de Soleil-Babinet ou de Berek par exemple). Il est à noter que, combiné à une lame demi-onde, ce système devient un modulateur universel de polarisation, c'est-à-dire un système qui peut transformer un état de polarisation donné en n'importe quel autre état de polarisation.

Considérons maintenant la trajectoire que décrit la polarisation sortant du système sur la sphère de Poincaré lorsqu'on fait tourner le modulateur autour de son axe optique. Nous allons considérer que la polarisation entrante est rectiligne, fixe et orientée à  $45^\circ$ . Quelques trajets sont illustrés à la figure 3.3 pour différents  $\alpha$ . Rappelons que la polarisation est rectiligne sur l'équateur (et tourne physiquement de  $45^\circ$  à chaque quart de tour) et circulaire aux pôles.

Il est intéressant de remarquer que ces trajectoires peuvent approximer celles produites par une cellule de Pockels (Faucher 2003). Cependant, un des avantages principaux de ce modulateur par rapport à la cellule de Pockels est qu'il offre une grande ouverture (donnée par la surface des lames, soit environ 15 mm), ce qui



**Figure 3.4:** Simulation du signal capté par chaque pixel en fonction de l'angle de rotation du modulateur. Deux retards de phase, soit  $\phi = 0^\circ$  et  $\phi = 5^\circ$  sont illustrés. L'amplitude de modulation de phase utilisée est  $\Omega = 2\alpha = 10^\circ$ .

n'était pas le cas préalablement, l'ouverture étant alors de 3 mm par 3 mm.

Pour mesurer de faibles biréfringences à l'aide de ce modulateur, il est important de définir une procédure d'alignement pour que les axes principaux de la polarisation soient bel et bien à  $45^\circ$  de l'échantillon étudié. Cette procédure est l'objet de la prochaine section.

### 3.1.3 Analyse des signaux

Soit la matrice de Jones correspondant au système illustré sur la figure 3.1 donnée par :

$$M_{\text{sys}} = AR_{\pi/4}L_{\phi}R_{\pi/4}^{-1}R_{\theta}L_{\Omega}R_{\theta}^{-1}P \quad (3.14)$$

où  $\mathbf{L}_\Omega$  représente le système des deux lames  $\lambda/4$ ,  $\mathbf{P}$  le polariseur,  $\mathbf{A}$  l'analyseur et  $\mathbf{L}_\phi$  le dispositif à mesurer. Nous obtenons alors pour l'intensité transmise :

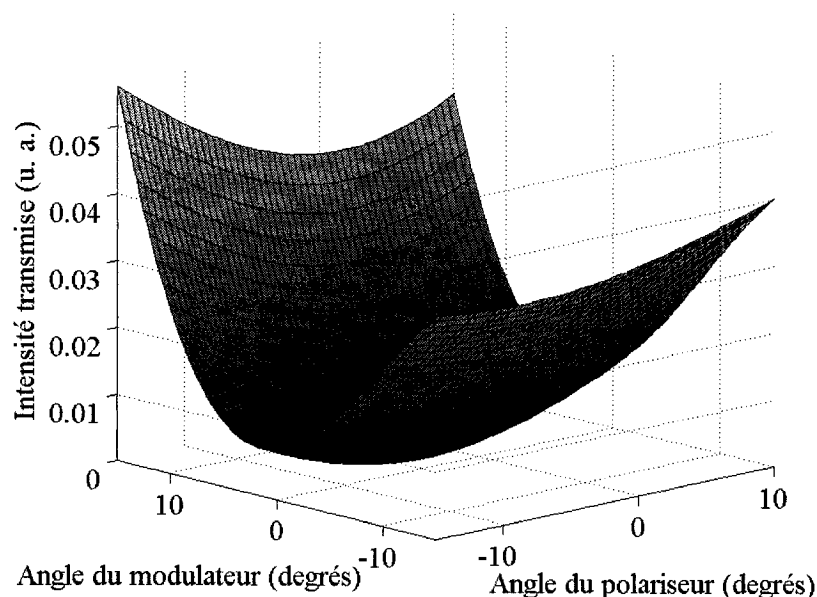
$$I_t = I_0 \left\{ \left[ \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\Omega}{2}\right) \cos(2\theta + \psi_0) \right]^2 + \left[ \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\Omega}{2}\right) + \sin\left(\frac{\Omega}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin(2\theta + \psi_0) \right]^2 \right\} \quad (3.15)$$

La figure 3.4 illustre un tel signal pour une modulation  $\Omega = 10^\circ$ . Il existe un moyen simple et efficace d'effectuer l'alignement du polariseur de sorte à garder la polarisation incidente sur l'échantillon orientée à  $45^\circ$  malgré la présence du modulateur. Tout d'abord, on doit placer l'analyseur à  $-45^\circ$  de l'échantillon, ce qui peut être fait relativement facilement si on dispose d'un polariseur dont l'axe a une orientation connue. Une fois cet ajustement fait, on introduit le modulateur dans le système. *A priori*, le décalage angulaire  $\alpha$  des deux lames est estimé mais inconnu et l'orientation de leurs axes par rapport à celui du polariseur aussi. Pourtant, il existe une seule combinaison de positions angulaires du polariseur et du modulateur telle que l'extinction est totale, ainsi qu'illustré sur la figure 3.5. À cette position, nous savons sans aucun doute que la polarisation traversant l'échantillon est à  $45^\circ$ . Il suffit donc d'effectuer de manière itérative un balayage des positions angulaires du polariseur et du modulateur pour trouver le point d'extinction. Notons que, expérimentalement, c'est en retrouvant l'extinction qu'on mesure  $\alpha$  via l'angle duquel on doit tourner le polariseur, par rapport à sa position croisée, pour avoir l'extinction.

## 3.2 Diffraction par l'échantillon

Étant donné la nature de la méthode de mesure et la taille des objets étudiés (comme les fibres optiques), il est inévitable de faire face à des problèmes de diffraction. En effet, l'imperfection de l'accord d'indice entre le glycérol et la gaine de la fibre





**Figure 3.5:** Intensité transmise (sans échantillon) en fonction des angles du polariseur et du modulateur. En retrouvant le zéro de la fonction, on trouve les coordonnées angulaires du polariseur et du modulateur qui assure une polarisation incidente à  $45^\circ$  de l'axe optique de l'échantillon.

optique ou le saut d'indice du cœur de celle-ci sont autant de facteurs qui rendent difficile l'imagerie en causant de la diffraction. Dans cette section, nous étudions les imperfections du montage en ce qui a trait à la diffraction par l'échantillon.

### 3.2.1 Étude de la diffraction par une fibre à deux couches : BPM

La méthode de propagation de faisceau ou « *Beam Propagation Method* » (BPM) est une méthode numérique fréquemment utilisée pour étudier les perturbations dans la propagation de la lumière dans des composants optiques comme les coupleurs. Dans le cas qui nous intéresse, la méthode est utilisée pour modéliser la diffraction d'un faisceau gaussien ou plan incident sur une fibre optique. Étant donné la géométrie du problème, nous effectuons une étude à deux dimensions (nous ne considérerons pas les variations selon l'axe de transmission de la fibre). Plusieurs

facteurs sont pris en compte dans l'étude, tels que les sauts d'indice en présence dans l'échantillon et entre celui-ci et son environnement, ainsi que la cohérence spatiale et temporelle du faisceau incident.

Pour aborder le problème correctement, il est important de bien comprendre d'où vient la méthode BPM et d'en élaborer adéquatement les équations pour le cas de diffraction 2D que représente la fibre dans un bain de glycérol. Comme point de départ, utilisons l'équation d'onde dérivée des équations de Maxwell pour de la lumière monochromatique :

$$\nabla^2 \vec{E} = -n^2 k_0^2 \vec{E} \quad (3.16)$$

où  $k_0 = 2\pi/\lambda$  est le nombre d'onde. Étant donné que les sauts d'indice en jeu sont faibles, nous utiliserons l'approximation scalaire pour le champ. Également, nous supposerons que le champ s'exprime de la manière suivante :

$$E(x, y) = A(x, y) \exp(i\beta_0 x) \quad (3.17)$$

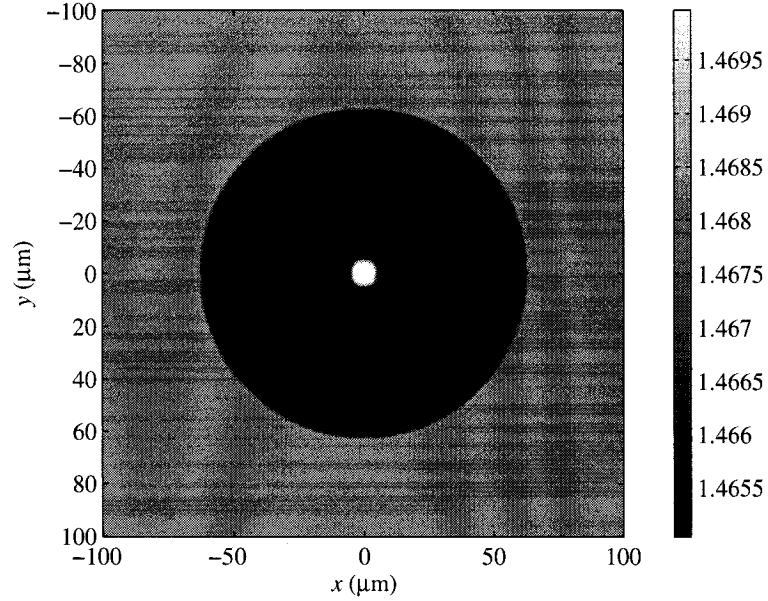
où la constante de propagation dans le bain de glycérol  $\beta_0 = n_{glyc} k_0$  est supposé constante. En développant le Laplacien :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (3.18)$$

et en utilisant l'approximation de l'enveloppe variant lentement :

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \ll \beta_0^2 \quad (3.19)$$

l'équation différentielle nous donne alors l'équation d'évolution de l'enveloppe en

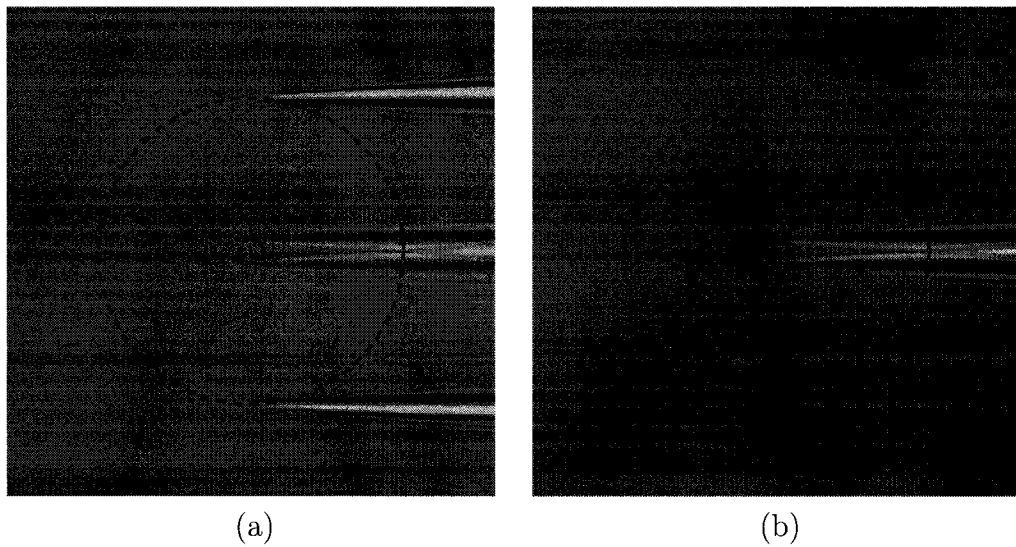


**Figure 3.6:** Distribution d'indice de base généré pour le calcul de propagation de faisceau. Le saut d'indice entre le cœur et la gaine est de  $5 \times 10^{-3}$  et l'indice du gly cerol est estimé à  $n_{glyc} = 1,468$ . Ces estimations sont effectu es à partir de mesures de profil d'indice et des données de dispersion de la silice.

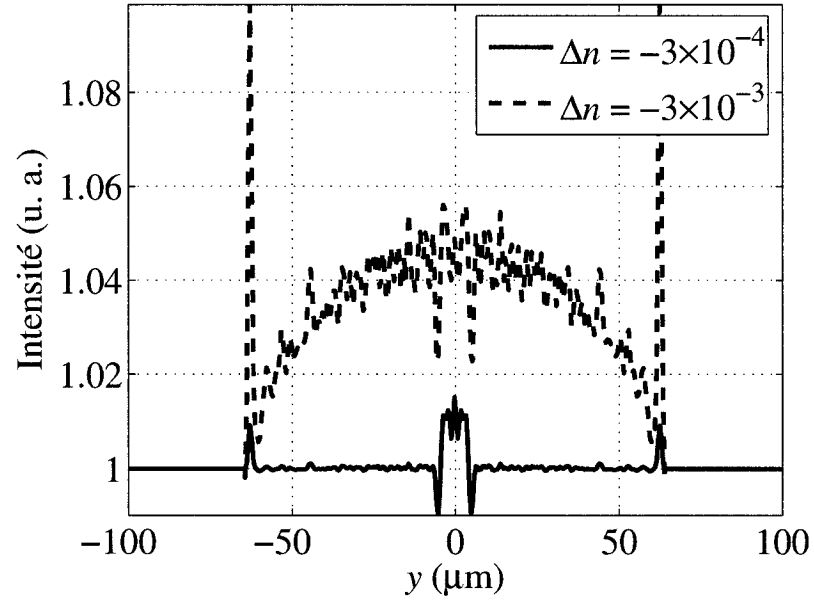
fonction de  $x$  (Bures et al. 2004) :

$$\frac{\partial A(x, y)}{\partial x} = \frac{i}{2\beta} \left[ \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \beta_0^2 + n^2(x, y)k_0^2 \right] A(x, y) \quad (3.20)$$

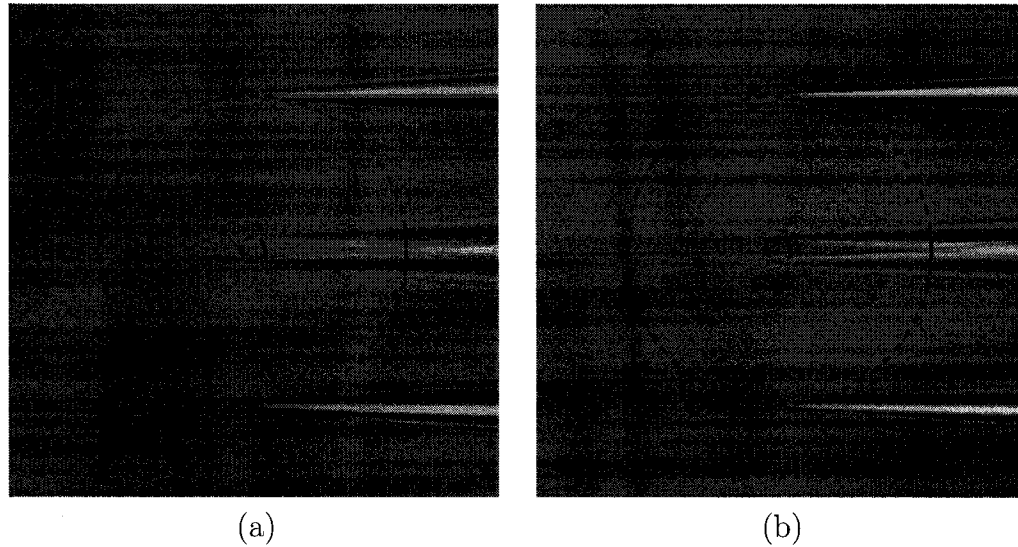
La première partie de l'étude sera consacr e au cas où l'indice de réfraction n'est pas parfaitement ajusté entre le liquide d'indice (ici du gly cerol) et la gaine de la fibre optique. La distribution d'indice utilis e pour le domaine de simulation est illustr e à la figure 3.6. Une résolution spatiale de  $0,5 \mu m$  a été utilis e pour adoucir les sauts d'indice, ce qui contribue à minimiser le bruit dans les données. Le faisceau incident est un faisceau gaussien ayant un étrangement d'environ 1 mm de diamètre. La figure 3.7 présente le résultat de la propagation du faisceau dans un cas où le saut d'indice entre le gly cerol et la gaine de la fibre est celui présenté à la figure 3.6, soit  $\Delta n = n_g - n_{glyc} = -3 \times 10^{-3}$ , et le cas où le saut d'indice est dix fois plus petit.



**Figure 3.7:** Simulation BPM de la diffraction d'un faisceau gaussien par une fibre de télécommunication standard (SMF-28<sup>TM</sup> de Corning) ; (a) le saut d'indice entre le glycérol et la gaine de la fibre est  $\Delta n = n_g - n_{glyc} = -3 \times 10^{-3}$ , (b) le saut d'indice est dix fois inférieur à celui en (a), soit  $\Delta n = -3 \times 10^{-4}$ . Le contraste des franges causées par la diffraction des bords de la fibre constitue la différence majeure entre les deux cas de figure. On remarque également que la diffraction engendrée par le cœur de la fibre n'est, quant à elle, pas considérablement modifiée.



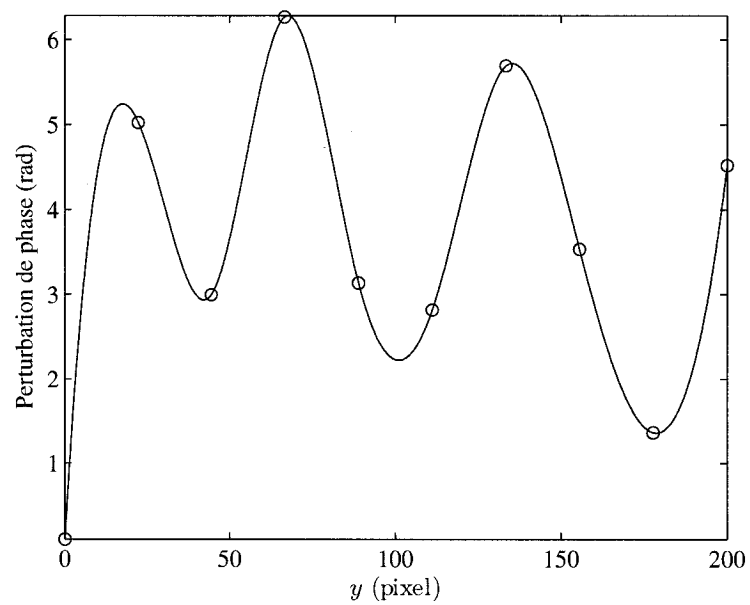
**Figure 3.8:** Profils transverses d'intensité pour la BPM avec fort saut d'indice ( $\Delta n = n_g - n_{glyc} = -3 \times 10^{-3}$ ) et faible saut d'indice ( $\Delta n = -3 \times 10^{-4}$ ). On remarque que la différence entre les deux profils est importante sur les bords mais négligeable dans la région du coeur et ce, dans les deux cas. Ceci semble indiquer une difficulté à contourner pour récupérer adéquatement l'information de retard de phase.



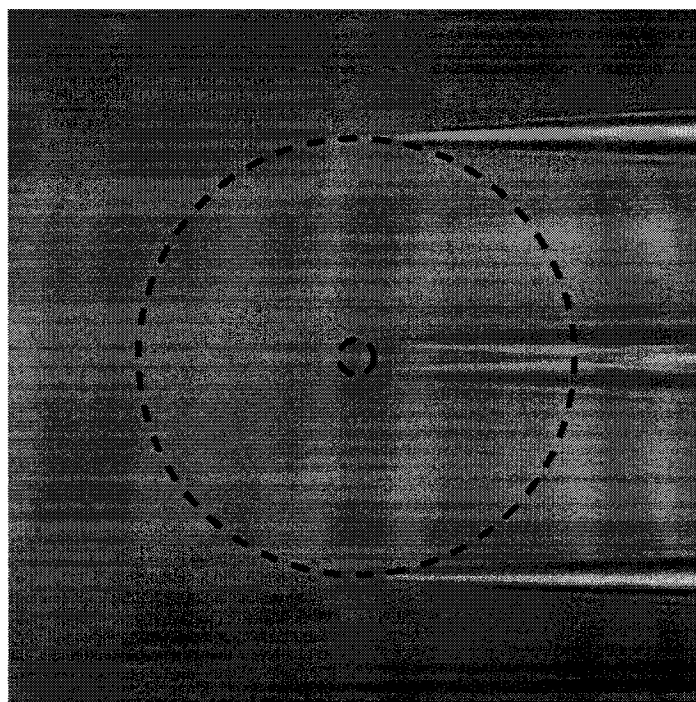
**Figure 3.9:** BPM d'un faisceau gaussien d'étrangement égal à 1 mm incident transversalement sur une fibre optique. Le saut d'indice entre la gaine et le liquide d'indice est de  $\Delta n = -3 \times 10^{-3}$  ; (a) faisceau incident à 633 nm avec une longueur de cohérence de 30 cm, (b) faisceau incident à 488 nm avec une longueur de cohérence de 1 m. On constate que le contraste des franges est très bon, même pour le faisceau moins cohérent (en (a)) et que son angle de diffraction est supérieur.

Ce que montre cette simulation correspond bien aux résultats attendus en champ lointain pour la diffraction par la gaine (Nebout et al. 1994). En effet, dans le cas limite où les indices de réfraction du glycérol et de la gaine sont identiques, on ne devrait observer aucune diffraction due à la gaine. Or, la simulation montre aussi que la diffraction par le cœur n'est à toutes fins pratiques pas affectée par le changement d'indice du milieu extérieur comme le montrent les figures 3.7 et 3.8 et que, par conséquent, on ne peut s'en affranchir.

Le second point à étudier est l'effet de la cohérence du faisceau sur la diffraction dans le but de déterminer l'impact de ce paramètre sur la qualité des mesures. Pour amorcer cette étude, deux cas de figure sont considérés. Premièrement, la diffraction d'un laser hélium-néon (HeNe) avec une longueur d'onde centrale de 632,8 nm et une longueur de cohérence de 30 cm est représenté avec la BPM. Deuxièmement,



**Figure 3.10:** Exemple de bruit de phase ajouté au profil de champ de départ. Ce profil de phase est généré à partir d'une série de 30 nombres aléatoires (suivant une distribution uniforme) contenus dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ . Les points ainsi générés sont espacés uniformément le long du profil d'intensité et reliés par une spline cubique pour éviter les sauts de phase trop brutaux.



**Figure 3.11:** Illustration de la moyenne de plusieurs figures de transmission constituées à partir de faisceaux incidents ayant chacun subi un bruitage de phase aléatoire tel qu'illustré à la figure 3.10. L'intensité moyenne est illustrée. 60 faisceaux différents ont été utilisés pour cette reconstruction.



l'exemple du laser  $\text{Ar}^+$  est repris en considérant une longueur d'onde centrale de 488 nm et une longueur de cohérence d'environ 1 m. Les deux résultats de simulation sont illustrés à la figure 3.9. Les indices de réfraction du glycérol et de la fibre sont considérés égaux et constants pour les deux longueurs d'onde, ce qui implique que le saut d'indice entre le glycérol et la gaine de la fibre reste le même pour les deux simulations, soit  $\Delta n = -3 \times 10^{-3}$ . L'étrangement du faisceau gaussien incident sur la fibre est de 1 mm. Notons que la largeur de raie en fonction de la longueur de cohérence  $L_c$  est donnée approximativement par :

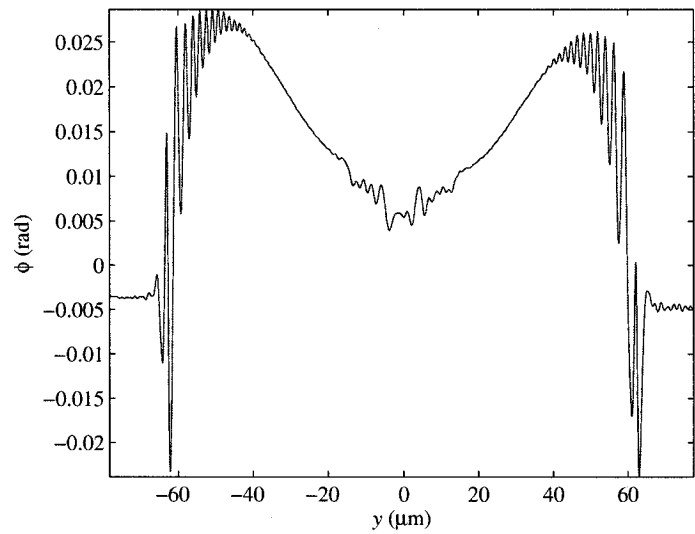
$$\Delta\lambda \approx \frac{\lambda^2}{L_c} \quad (3.21)$$

où  $\lambda$  représente la longueur d'onde centrale de la raie.

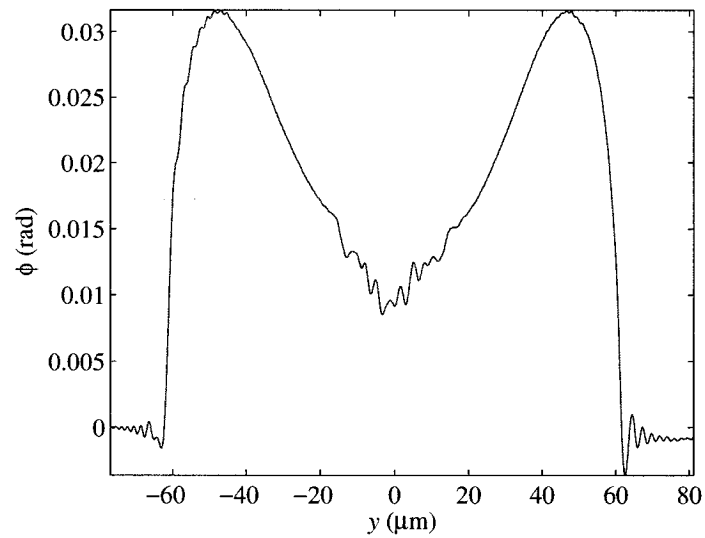
Le dernier point important à considérer et qui est à la base de la justification par plusieurs auteurs de l'utilisation du diffuseur rotatif consiste en l'étude de la cohérence spatiale du faisceau. En effet, le diffuseur a pour but de diminuer la cohérence spatiale en introduisant des variations de phase aléatoires (ce qui est équivalent à introduire des vecteurs  $\mathbf{k}$  supplémentaires) variant rapidement (tel qu'illustré à la figure 3.10), de sorte à limiter le contraste des systèmes de franges indésirables dans le système. En pratique, on moyenne le signal enregistré sur une période de temps plus grande que le temps de rotation du diffuseur ; on parcourt ainsi toute la plage de phases possibles qu'on peut raisonnablement croire de moyenne uniforme pour toute la surface du diffuseur. La figure 3.10 illustre une reconstruction d'un tel mécanisme de brouillage des systèmes d'interférence au niveau de la fibre. On remarque immédiatement que le brouillage de la phase ne semble pas avoir d'effet considérable sur la diffraction. Ceci n'est pas surprenant, car autour de la zone créant la diffraction, soit les bords de la fibre ou du cœur, le front de phase est relativement plan, ce qui est l'équivalent d'éclairer un bord de la fibre ou du cœur avec un petit faisceau cohérent. Dans ce cas, il y aurait tout de même de la diffraction, et c'est ce

que nous observons effectivement avec les simulations, ainsi qu'en laboratoire.

En pratique, le moyen le plus simple à utiliser pour éliminer la diffraction par la gaine est d'ajuster précisément la différence d'indice entre la gaine et l'huile. Ceci peut être fait en chauffant le glycérol ; c'est d'ailleurs cette méthode qui a été adoptée pour la prise de mesure et elle s'avère très efficace, comme le montre la figure 3.12. La diffraction par le cœur de la fibre ne peut être éliminée et peut jouer un rôle important dans la dégradation du profil de phase. Le sujet mérite donc une attention toute particulière. La BPM montre que le front de phase est perturbé par la diffraction par le cœur, tel qu'illustré à la figure 3.13. Ceci implique entre autres qu'au moment de focaliser l'image de l'échantillon sur la caméra, la position du cœur peut paraître ambiguë, ce qui justifie l'utilisation des bords de la fibre comme référence. Également, étant donné que la diffraction est sensible à la polarisation via les conditions aux frontières (Nebout et al. 1994), des déformations du profil de phase seraient susceptibles d'apparaître dans les profils de retard de phase mesurés. Selon les observations faites ici, la diffraction par le cœur est donc incontournable et nuisible pour les mesures de profil de retard de phase. Le seul espoir d'éliminer les effets de diffraction serait de les déconvoluer en utilisant une solution exacte pour les deux polarisations en champ proche, ce qui demande également une connaissance précise de la distribution de l'indice de réfraction.

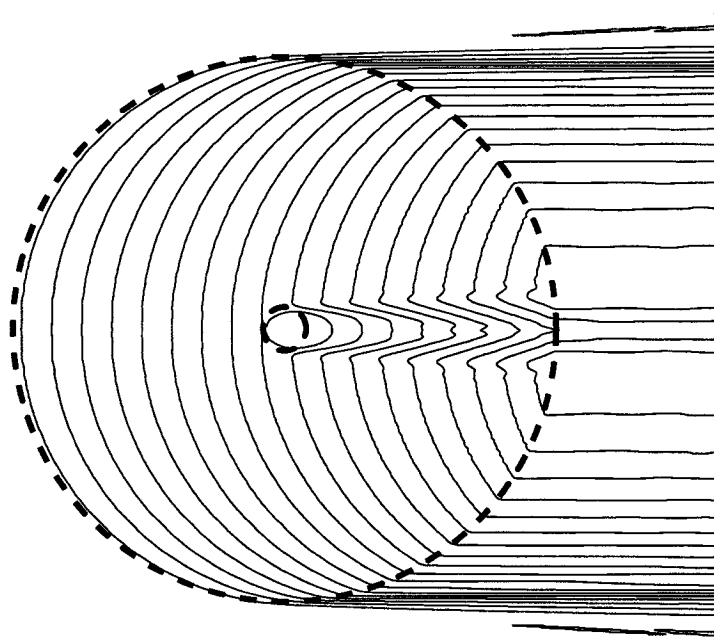


(a)



(b)

**Figure 3.12:** Démonstration expérimentale de l'élimination de la diffraction par la gaine de la fibre optique via l'ajustement de l'indice de l'huile par chauffage; (a) fibre avec un saut d'indice entre la gaine et l'huile; (b) fibre sans saut d'indice entre la gaine et l'huile. On note une diminution substantielle de la diffraction par les bords de la fibre lorsque l'indice est ajusté, ce qui confirme le résultat des simulations.



**Figure 3.13:** Illustration des perturbations du front de phase introduites lors du passage du faisceau à travers la fibre par BPM. Les courbes de contour délimitent les lieux géométriques d'égale perturbation de phase. On note que la diffraction introduit des fluctuations dans la phase accumulée lors du passage à travers la fibre.

## CHAPITRE 4

### RÉSULTATS ET DISCUSSION

Cette section présente les résultats de mesure de biréfringence dans les fibres effectués à l'aide du montage présenté au chapitre 3. Le rapprochement avec les contributions mentionnées au chapitre 2 sera également effectué. Les fibres à symétrie circulaire étudiées sont la SMF-28<sup>MD</sup> de Corning, les fibres photosensibles PS1250<sup>MD</sup> et PS1500<sup>MD</sup> de Fibercore ainsi qu'une fibre dopée à l'Erbium de Nufern. Les fibres asymétriques étudiées sont la fibre «panda» à maintien de polarisation ainsi qu'une fibre microstructurée (à trous) de l'Institut national d'optique (INO).

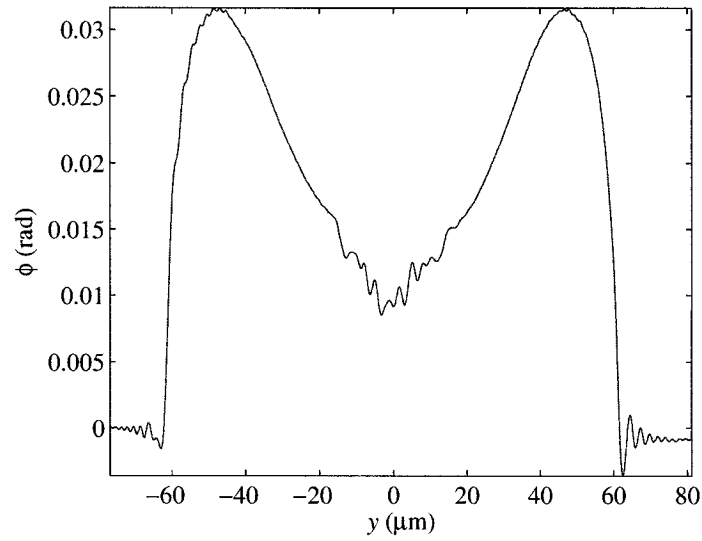
#### 4.1 Fibre SMF-28 de Corning

La fibre SMF-28 est la fibre de télécommunication par excellence. Fabriquée par Corning, c'est une fibre à deux couches dont la préforme est conçue par déposition de vapeur autour d'une tige centrale («*Outside Vapor Deposition*» ou OVD). Cette fibre a la particularité d'être produite en grande quantité et ainsi d'être étirée à des vitesses vertigineuses (de l'ordre du kilomètre à la minute). Bien que les détails du procédé d'étirage ne soient pas publics, il est possible d'obtenir certaines informations à partir d'une mesure de la biréfringence (et donc de la quantité  $\beta(r)$ ).

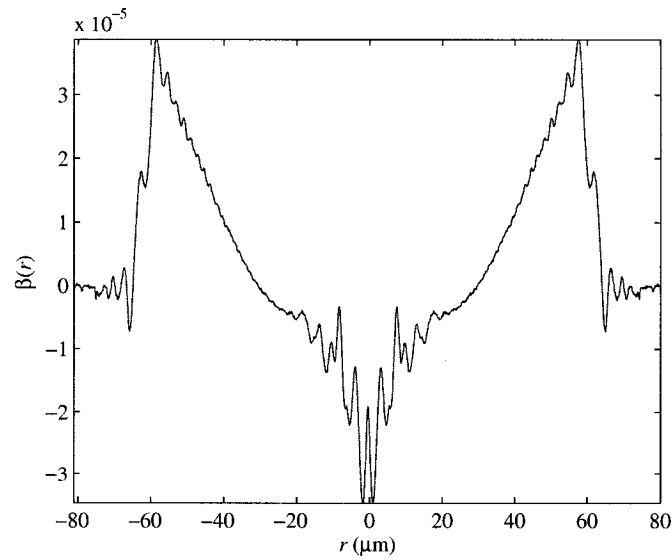
Le profil de retard de phase mesuré pour la SMF-28 est illustré à la figure 4.1.

**Tableau 4.1:** Paramètres de régression pour le retard de phase de la fibre SMF-28

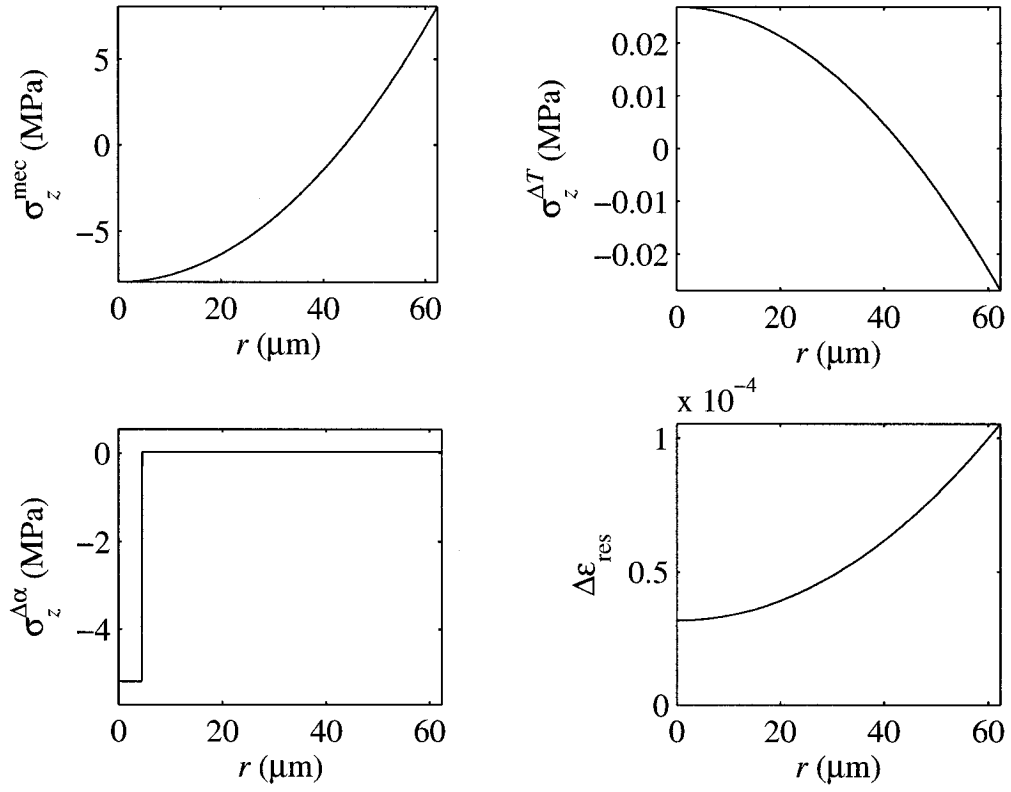
Paramètre	Valeur	Unité
$F$	1,377	N
$b$	0,9197	—
$\Delta\alpha$	$-3,6026 \times 10^{-8}$	$^{\circ}\text{C}^{-1}$



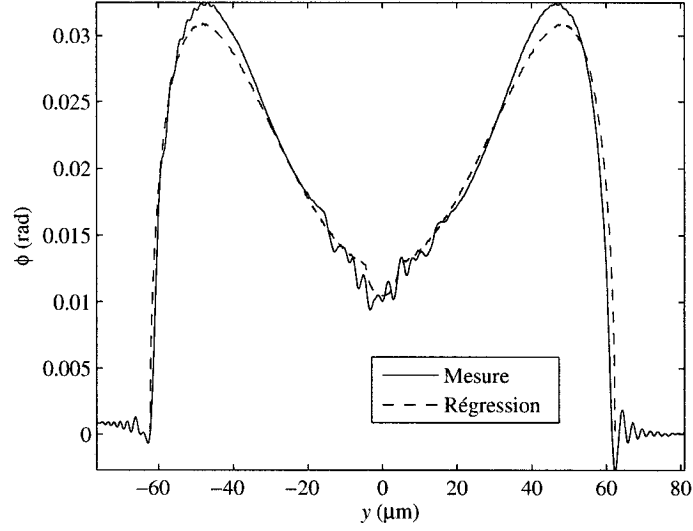
**Figure 4.1:** Profil de retard de phase de la fibre SMF-28 de Corning. Cette fibre présente un retard de phase important en périphérie ce qui suggère la présence d'un gradient thermique important lors de l'étirage.



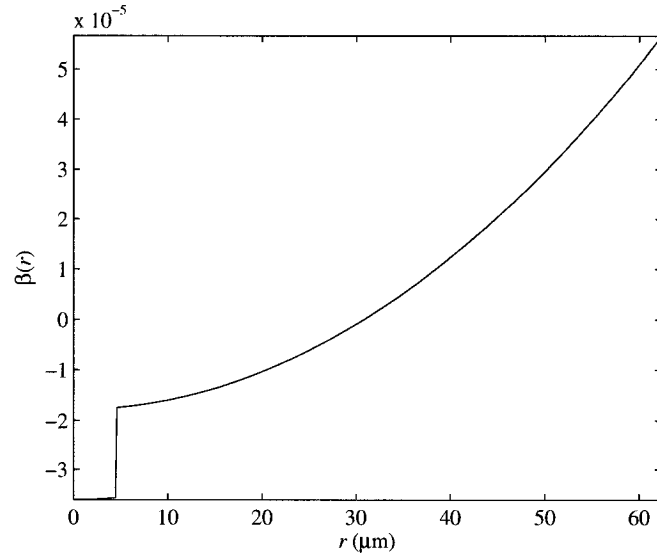
**Figure 4.2:** Profil radial de  $\beta(r)$  pour la fibre SMF-28. Ce profil est obtenu par la transformée de Radon inverse en considérant 360 projections, chacune étant donnée par le profil de phase de la figure 4.1.



**Figure 4.3:** Signatures des différentes contributions au profil de  $\beta$ .  $\sigma_z^{\text{mec}}$  représente la contribution aux contraintes due à la distribution radiale de viscosité,  $\sigma_z^{\Delta\alpha}$  représente la contribution du saut de coefficient d'expansion thermique entre le cœur et la gaine,  $\sigma_z^{\Delta T}$  représente la contribution de la distribution de température de vitrification  $T_g$  et  $\Delta\epsilon_{\text{res}}$  représente la contribution viscoélastique résiduelle.



**Figure 4.4:** Profil de phase obtenu par régression (méthode de moindres carrés non-linéaire) et profil mesuré pour la fibre SMF-28. Le retard de phase est obtenu par l'addition des contributions des quatre signatures illustrées à la figure 4.3.



**Figure 4.5:** Profil de  $\beta$  obtenu par l'addition des quatre contributions illustrées à la figure 4.3.



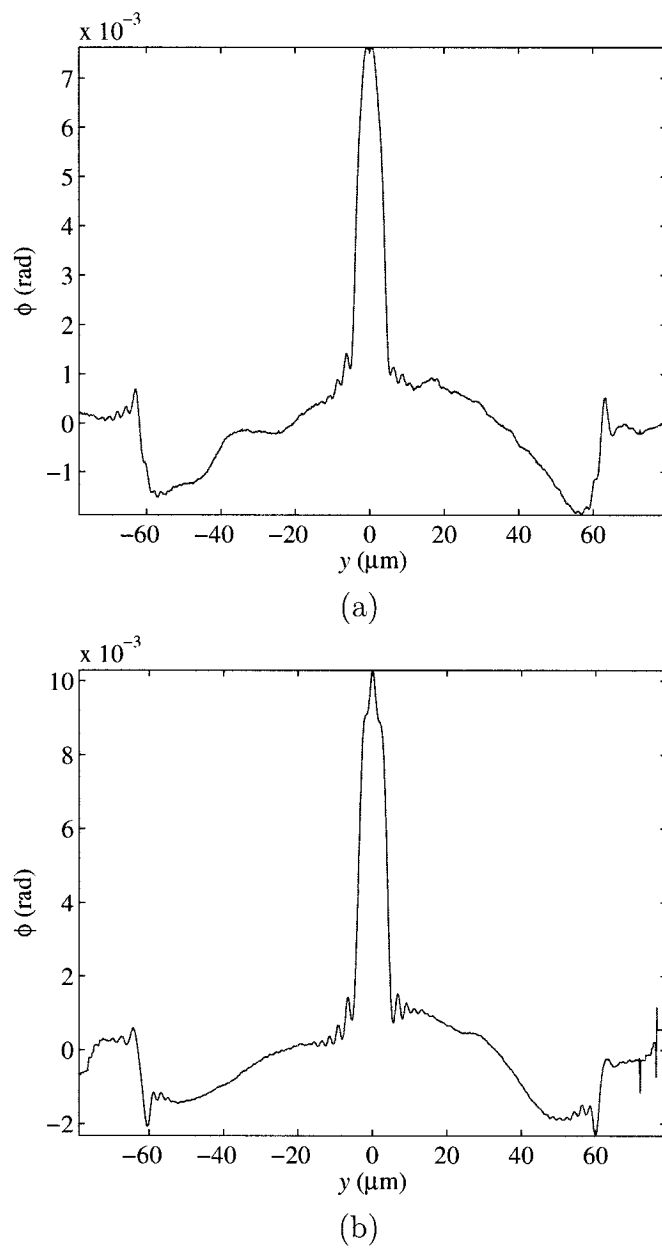
On constate une légère présence de franges sur les bords de la fibre mais la diffraction semble concentrée près du cœur. On obtient le profil  $\beta(r)$  (tel que défini par l'équation 2.32) par la transformée de Radon inverse (figure 4.2). Il est possible d'effectuer une régression de la courbe de retard de phase à l'aide des différentes contributions que nous avons détaillées au chapitre 2, en choisissant comme paramètre la tension d'étirage  $F$ , le paramètre  $b$  de la fonction mémoire  $\Psi(t)$ , la différence des coefficients d'expansion thermique du cœur et de la gaine  $\Delta\alpha = \alpha_g - \alpha_{co}$  et la distribution radiale de viscosité (que nous supposons correspondre à un profil thermique donné par l'équation (2.5) via la forme exponentielle de l'équation (2.4)). Les valeurs des trois premiers paramètres obtenus par régression sont colligées dans le tableau 4.1 et la régression comme telle est illustrée à la figure 4.4. La force d'étirage trouvée est proche des valeurs utilisées pour l'étirage dans l'industrie qui sont de l'ordre du Newton. La valeur du paramètre  $b$  est proche de 1, ce qui est suggéré par certaines observations de relaxation de la silice pure (Ediger et al. 1996, Ngai 2000). La variation de température  $\Delta T$  utilisée pour trouver  $\Delta\alpha$  est estimée à  $-1580$  °C, ce qui est relativement raisonnable pour les procédés d'étirage où la température de vitrification se situe autour de  $1600$  °C. Étant donné que le coefficient d'expansion thermique  $\alpha$  de la silice pure est de l'ordre de  $10^{-6}$  °C $^{-1}$ , la différence  $\Delta\alpha$  se chiffre à quelques pourcents de  $\alpha$ .

Chaque contribution au profil  $\beta(r)$  constitue en quelque sorte une signature révélant un élément particulier du processus de fabrication. Chaque contribution est illustrée à la figure 4.3. Malgré le fait que les valeurs numériques associées à ces courbes soient particulières à la SMF-28, leur forme est tout à fait générale et peut être appliquée à n'importe quelle fibre à deux couches. Il faut noter toutefois que le signe de  $\sigma_z^{\Delta\alpha}$  peut changer selon le signe de  $\Delta\alpha$ . Pour des fibres à plusieurs couches,  $\sigma_z^{\Delta\alpha}$  aurait également une forme plus complexe. La figure 4.5 illustre un aperçu de la reconstruction du profil  $\beta(r)$  à partir des paramètres de

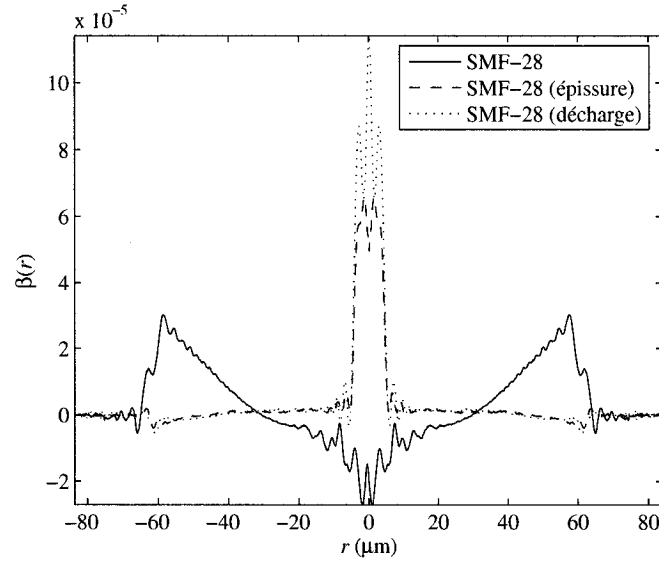
régression. Pour la SMF-28, la composante dominante des contraintes est donc liée à un profil de viscosité au moment de la vitrification. Il est également à noter que pour cette fibre, la variation de densité est négligeable, même en considérant un coefficient d'expansion thermique supérieur d'un ordre de grandeur au coefficient d'expansion thermique du verre solide. Il est également à noter que, selon plusieurs auteurs (Simmons et al. 1982, Habeck et Brückner 1993), des effets non-linéaires apparaissent dans l'écoulement lorsque la contrainte grimpe aux environs de 100 MPa. Le verre devient alors *rhéofluidifiant*, c'est-à-dire que sa viscosité diminue lorsque le taux de déformation augmente. Selon des observations expérimentales, la contrainte maximale pouvant être appliquée en tension sur du verre fondu avoisinerait les 140 MPa (Simmons et al. 1982). Pour la fibre SMF-28, il est donc possible de passer par le régime rhéofluidifiant lors de l'étirage. Cette non-linéarité est liée à une réorganisation structurale dans le matériau ce qui, comme le rapporte certaines observations (Habeck et Brückner 1993), crée une biréfringence supplémentaire. Cependant, le temps de réponse de la réorganisation de la structure est de l'ordre de grandeur du temps de réponse viscoélastique ; il est donc possible que la biréfringence additionnelle liée à la rhéofluidifiante n'ait pas eu le temps d'apparaître dans l'étirage de la SMF-28. Il serait par contre judicieux de s'en assurer en sondant la structure au niveau microscopique. L'effet Raman pourrait s'avérer être un outil intéressant pour observer cette variation de structure, étant donné sa sensibilité à la géométrie de la structure des matériaux (Hemley et al. 1986, Phillips 1987).

#### 4.1.1 Traitement par décharge électrique

La figure 4.6 illustre les profils de retard de phase pour une épissure de SMF-28 par décharge et pour une décharge uniquement (sans épissure). On note que les deux profils sont très semblables et que, en termes de signature, ils semblent à toutes fins pratiques ne montrer que des signes de contraintes dues à des différences de coeffi-



**Figure 4.6:** Perturbation du profil de retard de phase due à une décharge électrique. (a) Profil de retard de phase d'une épissure par décharge; (b) Profil de retard de phase d'une fibre non-clivée ayant subi une décharge. On peut noter que l'effet est à toutes fins pratiques identique.



**Figure 4.7:** Profils de  $\beta$  pour la SMF-28 non-modifiée, épissurée (par décharge) et ayant subi une décharge sans épissure. On peut noter que les contraintes dues à l'étirage sont à toutes fins pratiques effacées lors de la décharge ; on retrouve alors principalement des contraintes thermiques dues au saut de coefficient d'expansion thermique entre le cœur et la gaine. On note également un changement de signe de  $\beta$  dans la région du cœur.

**Tableau 4.2:** Perturbations d'indice de réfraction avant la décharge électrique

Région	Direction	$\Delta n_i$
Cœur	$r$	$2,3230 \times 10^{-4}$
	$\theta$	$2,3230 \times 10^{-4}$
	$z$	$2,2027 \times 10^{-4}$
Gaine	$r$	$1,9033 \times 10^{-4}$
	$\theta$	$2,0783 \times 10^{-4}$
	$z$	$1,9577 \times 10^{-4}$

**Tableau 4.3:** Perturbations d'indice de réfraction après la décharge électrique

Région	Direction	$\Delta n_i$
Cœur	$r$	$-1,5295 \times 10^{-4}$
	$\theta$	$-1,5295 \times 10^{-4}$
	$z$	$-1,1270 \times 10^{-4}$
Gaine	$r$	$4,025 \times 10^{-5}$
	$\theta$	$-4,025 \times 10^{-5}$
	$z$	$\sim 0$

cient d'expansion thermiques  $\sigma_z^{\Delta\alpha}$ . Notons également que ces dernières semblent plus importantes que celles de la fibre d'origine et de signe différent, ce qui suggère que la température maximale atteinte lors de la décharge (qui correspond pratiquement à la température de vitrification étant donné l'arrêt brutal du traitement) est supérieure à la température de vitrification lors de l'étirage, ce qui est vraisemblable, étant donné les températures élevées qu'on retrouve généralement dans les plasmas. La figure 4.7 illustre le profil  $\beta(r)$  pour une fibre SMF-28 n'ayant subi aucun traitement, une épissure par arc électrique entre deux bouts de la même fibre ainsi que la région d'une fibre identique ayant uniquement subi une décharge (sans clive). On remarque que, pour l'épissure et la décharge, les contraintes d'origine mécanique ont disparu et qu'à toutes fins pratiques, seules les contraintes d'origine purement thermique (sans contraintes externes appliquées) demeurent. Le changement de signe des profils suggère qu'un effet supplémentaire existe dans le cœur pour la fibre sans épissure car on s'attend normalement à ce que le cœur soit en tension pour cette fibre, étant donné la nature des dopants. En effet, la silice dopée au germanium possède un coefficient d'expansion thermique plus élevé que celui de la silice pure (Tosco 1990). Quoique la nature de cet effet est difficile à caractériser, il est fort probable qu'il soit dû au fait que les propriétés viscoélastiques ne sont pas constantes sur la section transverse de la fibre. Ceci est supporté par le fait qu'en général, la viscosité de la silice dopée (et donc le temps de réponse viscoélastique) est plus faible que celle de la silice pure (Tosco 1990). On peut également noter que le profil de température peut également avoir un effet au niveau du cœur étant donné qu'une condition aux frontières intermédiaire peut être introduite via le coefficient de transfert thermique à l'interface cœur-gaine, ce qui a été négligé dans les présents calculs. Par le fait même, les valeurs des paramètres d'étirage obtenues pour la régression illustrée à la figure 4.4 (en particulier le saut de coefficient d'expansion thermique) sont à remettre en question aux environs du cœur, étant donné la présence de ces effets supplémentaires. À partir des profils de  $\beta$ , il est possible d'estimer la variation du saut d'indice lié à

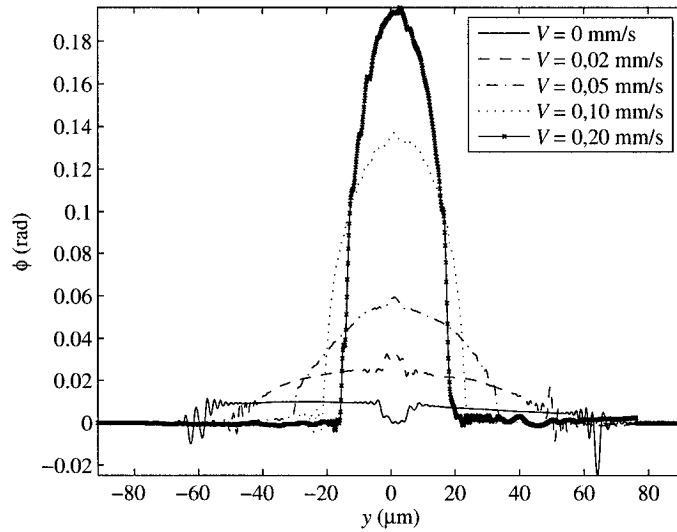
une décharge électrique. En supposant la contrainte liée à l'étirage constante dans la région du cœur et en utilisant les équations (2.12), (2.14), (2.15), (2.16) et (2.22) avec les valeurs de régression du tableau 4.1 et les valeurs de la figure 4.7, on trouve par les équations de l'effet photoélastique les valeurs pour les variations d'indice dans le cœur et la gaine (près du cœur). Ces valeurs sont présentées dans le tableau 4.2 pour la fibre avant la décharge et dans le tableau 4.3 pour la fibre ayant subi la décharge. En considérant l'indice moyen  $\bar{n} = \frac{1}{2}(n_r + n_\theta)$  dans le plan transverse de la fibre, on peut estimer la différence entre les sauts d'indices  $\delta n = n_{co} - n_g$  avant et après la décharge :

$$\Delta(\delta n) = -1,8620 \times 10^{-4} \quad (4.1)$$

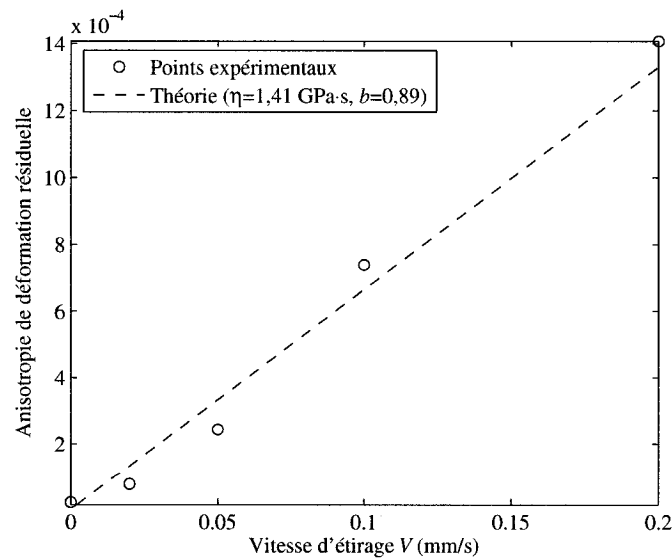
Cette valeur est représentative de l'ordre de grandeur habituellement utilisé pour fabriquer des réseaux de Bragg ou des réseaux à longs pas dans les fibres optiques. On peut donc constater que les contraintes jouent un rôle primordial dans le saut d'indice créé par décharge électrique. Il est cependant à noter que la contribution de l'effet supplémentaire à la source du changement de signe des profils n'a pas été prise en compte et serait susceptible d'altérer la valeur de la variation de saut d'indice calculée ici.

### 4.1.2 Fibres étirées

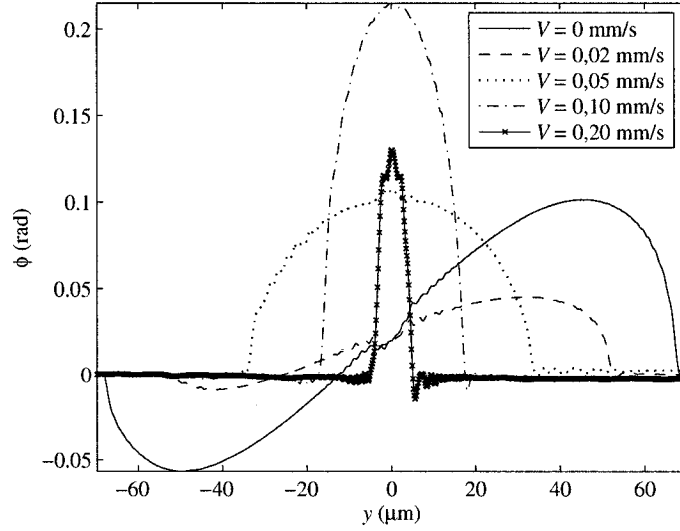
L'étirage des fibres optiques est un procédé commun dans la fabrication de composants comme les coupleurs et les fibres effilées (les «*tapers*»). Pour étirer les fibres, on effectue un balayage à la flamme tout en tirant sur chaque bout de la fibre avec une vitesse d'étirage  $V$ . Dans ces conditions, seule la région activement chauffée se déforme. La largeur  $L$  de la flamme étant relativement constante, on peut alors estimer que le gradient de vitesse est le même dans la zone chauffée et ce tout au long du balayage. Pour cet écoulement en élongation, en considérant le verre liquide



**Figure 4.8:** Profils de retard de phase de fibres étirées à différentes vitesses. On remarque une réduction de la section et une augmentation du retard de phase moyen avec l'augmentation de la vitesse d'étirage  $V$ . La fibre utilisée pour l'étirage est la SMF-28.



**Figure 4.9:** Déformation résiduelle moyenne en fonction de la vitesse d'étirage  $V$ . On remarque qu'effectivement les points expérimentaux (cercles) peuvent bien être représentés par une droite.



**Figure 4.10:** Profils de retard de phase de fibres étirées à différentes vitesses à l'étranglement. On remarque une réduction de la section et une augmentation de l'amplitude du profil de phase avec l'augmentation de la vitesse d'étirage  $V$ . La fibre utilisée pour l'étirage est la SMF-28. On note la signature d'une fibre en flexion, surtout visible pour les faibles vitesses d'étirage.

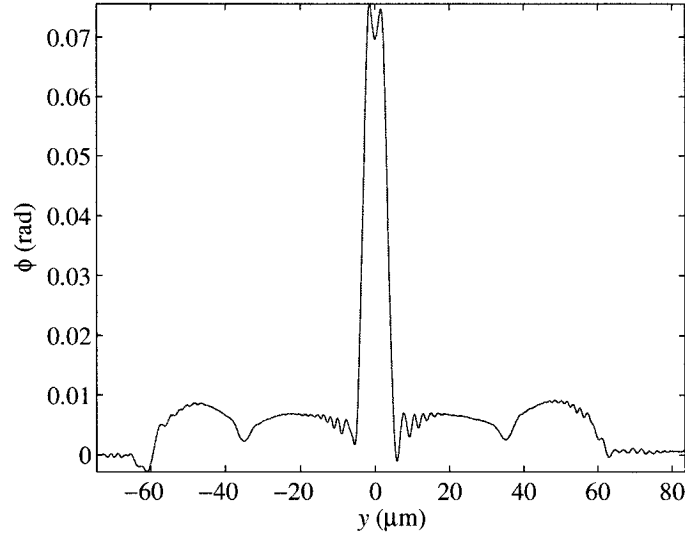
incompressible, nous obtenons à partir de l'équation (1.30) que :

$$\sigma_z \approx \frac{6\eta V}{L} \quad (4.2)$$

Tous les échantillons étudiés ont été préparés à base de SMF-28 avec les mêmes paramètres de balayage, seule la vitesse d'étirage est modifiée. Ceci nous permet de conclure qu'au centre de la fibre étirée, le verre a été chauffé pendant la même durée pour tous les échantillons. Dans ces conditions, puisque la contrainte est proportionnelle au gradient de vitesse, que le temps de chauffage est le même et que la déformation  $\epsilon_{\text{res}}$  est proportionnelle à la contrainte, on devrait s'attendre à ce que l'intégrale du profil de retard de phase illustré à la figure 4.8 (représentative de la quantité  $\Delta\epsilon_{\text{res}}$  moyenne sur la section de la fibre) soit proportionnelle à la vitesse d'étirage :

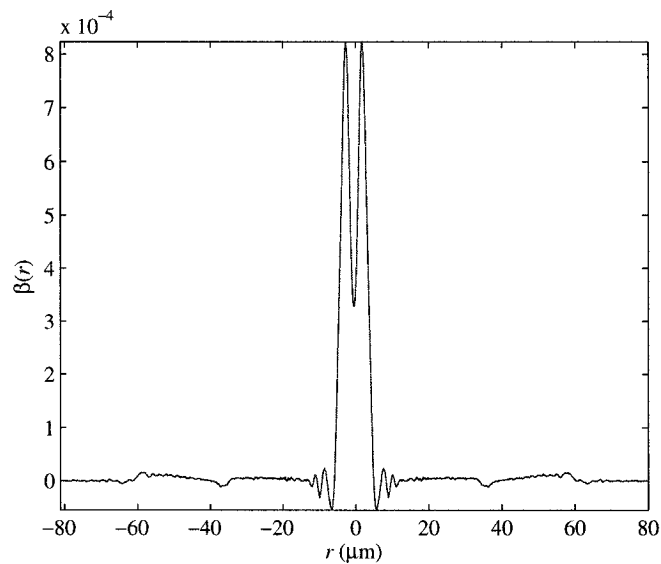
$$\Delta\epsilon_{\text{res}} = \left[ \frac{1}{2G(T_g)} \frac{b\Gamma(2/b)}{\Gamma^2(1/b)} - \frac{1}{2G(T_{\text{amb}})} \right] \frac{6\eta V}{L} \quad (4.3)$$



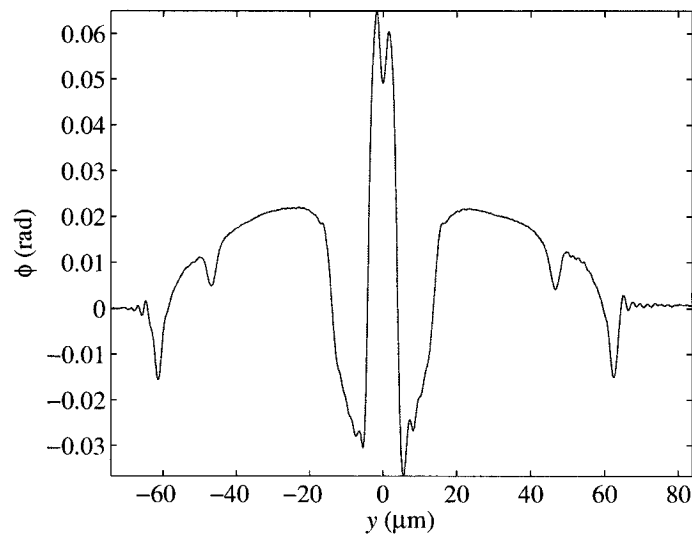


**Figure 4.11:** Profil de retard de phase de la fibre photosensible PS1500 de Fibercore. On note la présence de creux dans la gaine qui soulignent vraisemblablement l'emplacement de l'interface entre le tube de préforme et la région de déposition gazeuse. L'intégrale de la courbe est également strictement positive, ce qui indique la présence d'une déformation résiduelle  $\Delta\epsilon_{\text{res}}$ .

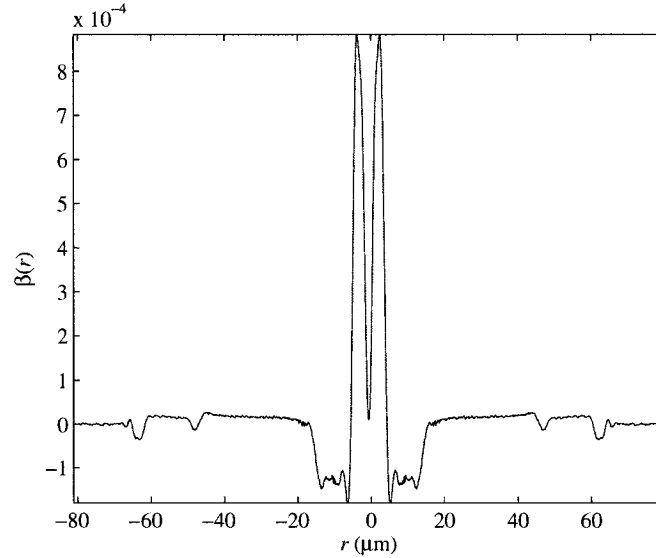
et c'est exactement ce qu'on observe à la figure 4.9. Cette expérience constitue donc une démonstration de la nature viscoélastique du verre et implique que tous les composants à base de fibre étirées sont susceptibles de présenter des déformations résiduelles. Les courbes expérimentales utilisés pour vérifier cette relation n'ont pas été prises à l'étranglement des fibres effilées (point de plus faible rayon) car dans cette région, des phénomènes de flexions sont visibles tel qu'illustré sur la figure 4.10 et ne sont pas bien représentés dans la théorie. Cette flexion peut prendre son origine dans la force qu'exerce la flamme transversalement sur la fibre (ce qui serait cohérent avec l'axe de flexion que l'on observe) ou dans la préparation de l'échantillon. D'autres tests devront être effectués pour vérifier ces hypothèses.



**Figure 4.12:** Profil de  $\beta$  de la fibre photosensible PS1500 de Fibercore. On note la présence des creux dénotant la position de l'interface interne du tube de préforme ainsi qu'une valeur importante de  $\beta$  dans la région du cœur. La forme de la courbe suggère la dominance de la contrainte liée au saut de coefficient d'expansion thermique, bien que la déformation viscoélastique résiduelle soit également visible.



**Figure 4.13:** Profil de retard de phase de la fibre photosensible PS1250 de Fibercore. On note la présence de creux dans la gaine qui soulignent vraisemblablement l'emplacement de l'interface entre le tube de préforme et la région de déposition gazeuse. On note également la présence d'une gaine semi-enterrée. L'intégrale de la courbe est également strictement positive, ce qui indique la présence d'une déformation résiduelle  $\Delta\epsilon_{\text{res}}$ .



**Figure 4.14:** Profil de  $\beta$  de la fibre photosensible PS1250 de Fibercore. On note la présence des creux dénotant la position de l'interface interne du tube de préforme, ainsi qu'une valeur importante de  $\beta$  dans la région du cœur. La forme de la courbe suggère la dominance de la contrainte liée au saut de coefficient d'expansion thermique entre les différentes couches, bien que la déformation viscoélastique résiduelle soit également visible.

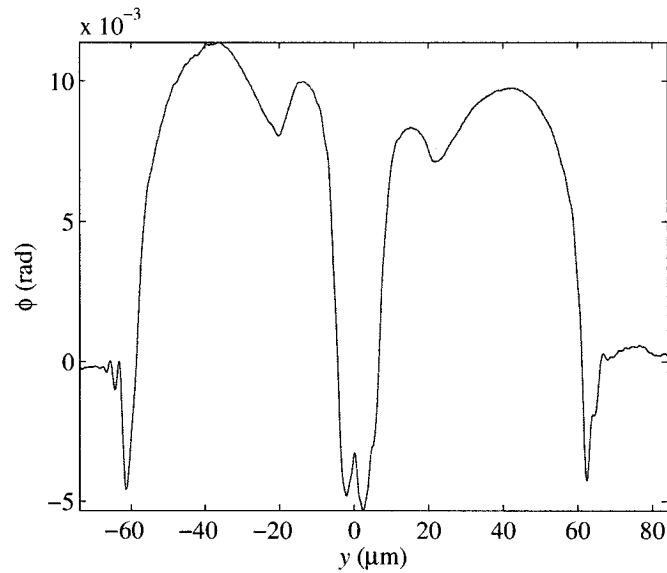
## 4.2 Fibres photosensibles

Les fibres photosensibles ont généralement un cœur fortement dopé à l'oxyde de germanium ( $\text{GeO}_2$ ) qui a comme propriété de se densifier lorsqu'il est exposé à un rayonnement ultraviolet. Une autre propriété de la silice fortement dopée au  $\text{GeO}_2$  est d'avoir un coefficient d'expansion thermique  $\alpha$  substantiellement plus élevé que la silice pure formant la gaine. Les profils de retard de phase pour la PS1500 de Fibercore ainsi que pour la PS1250 du même fabricant sont illustrés respectivement aux figures 4.11 et 4.13. Les profils  $\beta(r)$  correspondants se retrouvent aux figures 4.12 et 4.14. On note pour ces deux fibres la présence d'un creux dans la gaine pour les deux profils. Ceci est en lien avec le procédé de fabrication des préformes de ces fibres qui, contrairement à la SMF-28, sont élaborées à partir de déposition gazeuse à l'intérieur d'un tube de silice. Le creux est vraisemblablement associé à la paroi interne du tube de silice. Certaines impuretés, comme de la vapeur d'eau, peuvent

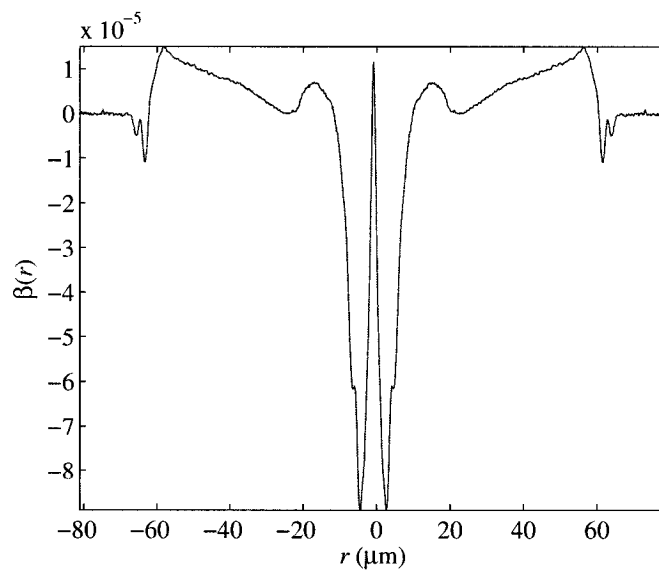
causer des fluctuations importantes dans les propriétés viscoélastiques de la silice, ce qui pourrait expliquer la visibilité des creux sur les profils de  $\phi$  et de  $\beta$ . La fibre PS1250 semble également souffrir de ce genre d'altération sur sa paroi externe. On note également que l'amplitude de  $\beta$  dans le cœur est nettement plus importante que pour la fibre SMF-28, ce qui est cohérent avec un écart entre les coefficients d'expansion thermique plus important. On observe aussi une légère différence entre les valeurs de  $\beta$  dans la gaine de part et d'autre des creux. Ceci peut s'expliquer, entre autres, par une discontinuité dans la dérivée du profil de température à cet endroit, le flux thermique étant régi en quelque sorte par un coefficient de transfert entre le tube externe et la région de déposition gazeuse si les deux régions n'ont pas tout à fait la même diffusivité thermique  $D_{th}$ . Ceci aurait pour effet de changer légèrement la température de vitrification  $T_g$  dans les deux parties de la gaine, entraînant ainsi une distribution non-uniforme de la contrainte  $\sigma_z$  et donc de  $\beta$ . Ces deux fibres ne semblent pas souffrir d'un gradient thermique important lors de la vitrification puisque le profil de  $\beta$  est relativement plat dans la gaine. L'anisotropie résiduelle  $\Delta\epsilon_{res}$  est également relativement faible, ce qui semble indiquer une tension (et une vitesse) d'étirage beaucoup moins importante que celle de la SMF-28. La biréfringence dans ces deux fibres semble donc majoritairement due aux contraintes d'ordre thermique. La PS1250 offre d'ailleurs un excellent exemple de profil de contrainte  $\sigma_z^{\Delta\alpha}$  plus complexe, puisqu'elle possède une gaine semi-enterrée qui est bien visible sur les deux profils.

### 4.3 Fibre dopée à l'erbium de Nufern

La fibre dopée à l'erbium de Nufern est utilisée comme milieu amplificateur dans des lasers à fibre ou dans des amplificateurs tout-fibre. Le profil de retard de phase de cette fibre et son profil de  $\beta$  sont illustrés respectivement aux figures 4.15 et 4.16. Ce dopant exotique peut altérer significativement les propriétés mécaniques, incluant le



**Figure 4.15:** Profil de retard de phase de la fibre dopée à l'erbium de Nufern. On constate que l'intégrale du retard de phase est positive, suggérant la présence d'une déformation résiduelle viscoélastique.



**Figure 4.16:** Profil de  $\beta$  de la fibre dopée à l'erbium de Nufern. Ce profil semble dominé par les contributions aux contraintes du gradient thermique et du saut de coefficient d'expansion thermique entre le cœur et la gaine.

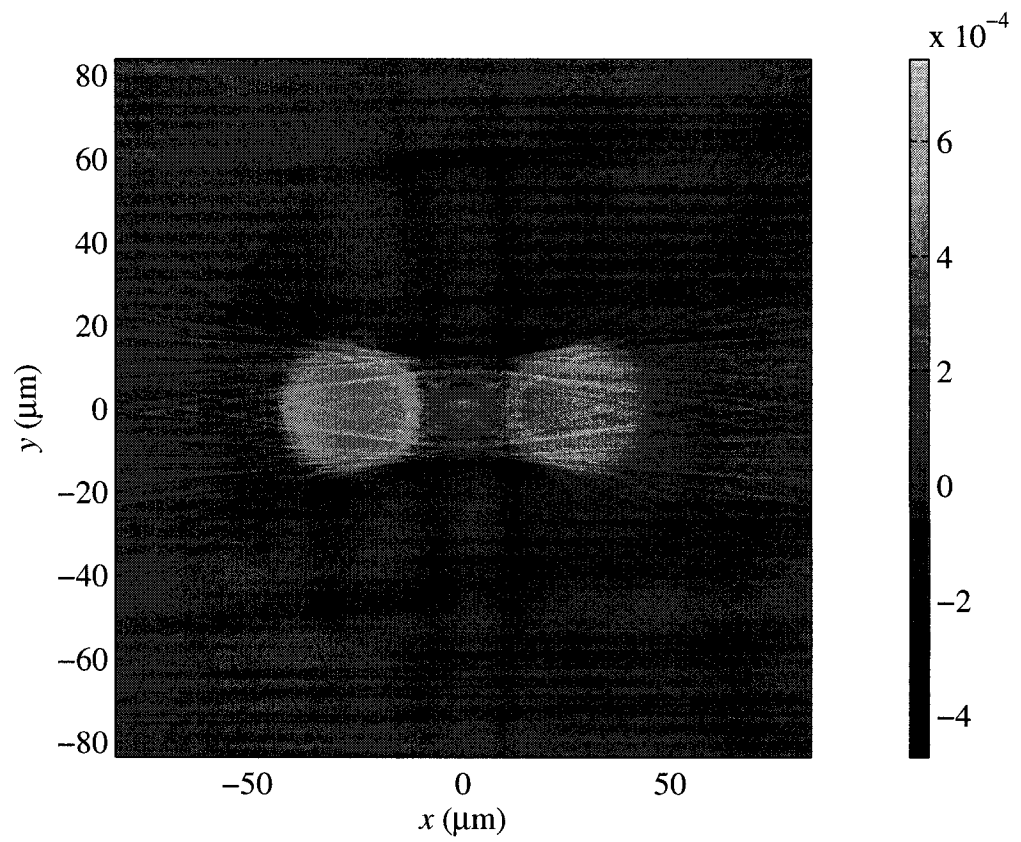
coefficient d'expansion thermique et la viscosité, de la silice et c'est ce que semble indiquer le profil de  $\beta$ . On peut également remarquer à la figure 4.15 que l'intégrale du retard de phase  $\phi$  est positive, ce qui indique la présence de déformations résiduelles viscoélastique, comme pour la plupart des fibres étudiées jusqu'ici. On note aussi sur le profil de  $\beta$  ce qui semble être un gradient de viscosité (et donc thermique) lors de l'étirage indiqué par la forme de  $\beta(r)$  qui est plus important vers les bords de la fibre.

## 4.4 Tomographies

Pour les structures à symétrie circulaire, une seule mesure de retard de phase est nécessaire pour obtenir le profil  $\beta(r)$  puisque toutes les projections sont identiques, quelle que soit la rotation qu'on fait subir à l'échantillon autour de l'axe invariant. Or, pour les structures asymétriques, plusieurs projections sont nécessaires pour reconstruire l'information  $\beta(x, y)$  ; c'est le principe de la reconstruction tomographique. À l'aide de plusieurs projections et de la transformée de Radon inverse (basée sur le théorème de la tranche de Fourier), on peut reconstituer l'information  $\beta(x, y)$ . Dans cette section, les distributions  $\beta(x, y)$  de deux fibres n'ayant pas la symétrie circulaire sont présentées ; la fibre «panda» à maintien de polarisation ainsi qu'une fibre microstructurée (en cristal photonique) de l'INO.

### 4.4.1 Fibre à maintien de polarisation

La fibre «panda» à maintien de polarisation produit son effet en créant une distorsion dans le verre aux environs du cœur via les contraintes générées par deux barreaux ayant un coefficient de dilatation thermique très différent de celui de la silice. La déformation induite aux environs du cœur lève la dégénérescence en polarisation des modes en créant deux axes propres pour la propagation : un dans l'axe joignant les deux barreaux de contrainte et l'autre dans la direction orthogonale. La recons-



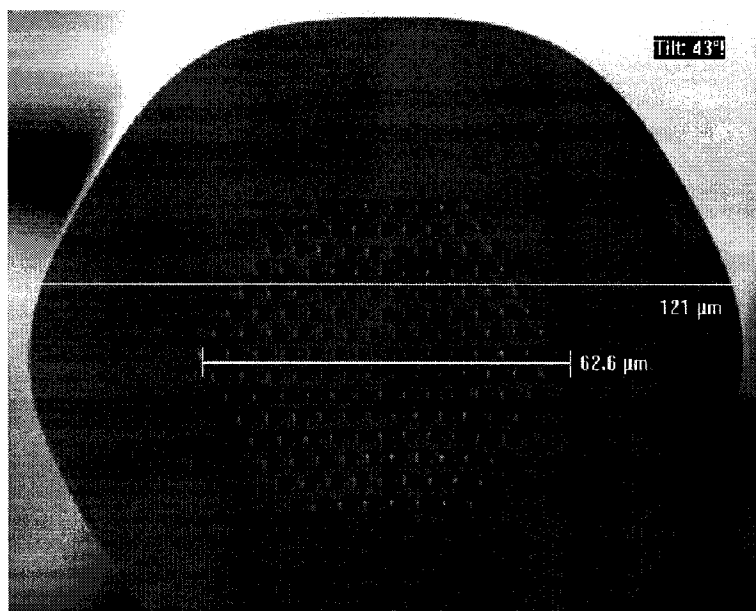
**Figure 4.17:** Tomographie de  $\beta$  pour la fibre «panda» à maintien de polarisation. On constate que la distribution de  $\beta$  est surtout marquée par les contraintes thermiques engendrées par les barreaux de contrainte.

truction du profil  $\beta(x, y)$  pour cette fibre est illustrée à la figure 4.17. Comme on pourrait s’y attendre, les zones de contrainte semblent concentrées dans les barreaux et le cœur. Ce qui est extrêmement intéressant de cette mesure, c’est qu’elle nous montre les limites de la méthode. En effet, les filaments causant du bruit dans la reconstruction aux environs de l’axe joignant les barreaux sont causés par la diffraction par les bords des barreaux, combinée à la réfraction, également due aux barreaux. Le saut d’indice étant relativement important entre la gaine et les barreaux ; ceux-ci ont tendance à diffracter beaucoup. Ce problème est d’autant plus important lorsque ceux-ci ne sont pas bien mis au point, ce qui survient particulièrement pour les projections suivant l’axe qui les joint. La réfraction devient également non-négligeable pour des sauts d’indice plus importants, ce qui est également visible par le fait que les contraintes semblent concentrées entre les deux barreaux au centre avec une zone apparemment en compression. Étant donné la réfraction, la reconstruction serait erronée aux environs du cœur et il faudrait développer une solution analytique pour tenter d’extraire l’information correcte à partir de la mesure. Malgré tout, on note que la mesure offre une excellente résolution, autant spatiale qu’en termes de  $\beta$ .

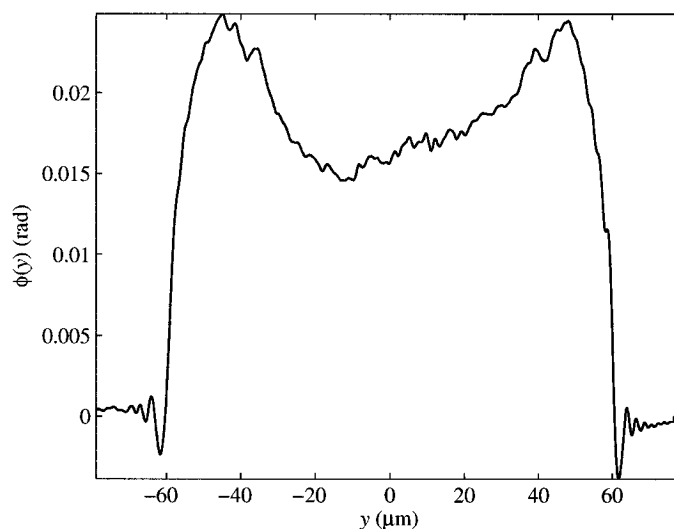
#### 4.4.2 Fibre microstructurée de l’INO

Certaines fibres microstructurées, en particulier la fibre qui est à l’étude ici (voir figure 4.18), utilisent des principes de guidage de la lumière analogues au conventionnel guidage par saut d’indice (Knight et al. 1996, Knight et al. 1997). Une manière de guider la lumière consiste à créer un réseau périodique de trous (ou de saut d’indice), au sein duquel on introduit un défaut (on «enlève» un trou au centre du réseau) qui aura pour effet d’emprisonner la lumière et ainsi de permettre le guidage. La fibre présentée ici possède une série de trous vides en guise de réseau et n’est constituée à la base que de silice pure. Pour effectuer la mesure sans souffrir de la diffraction par le fort saut d’indice des trous, ces derniers ont été remplis de glycérol (par capillarité activée par chauffage). Le résultat de la tomographie de  $\beta$  est illustré à

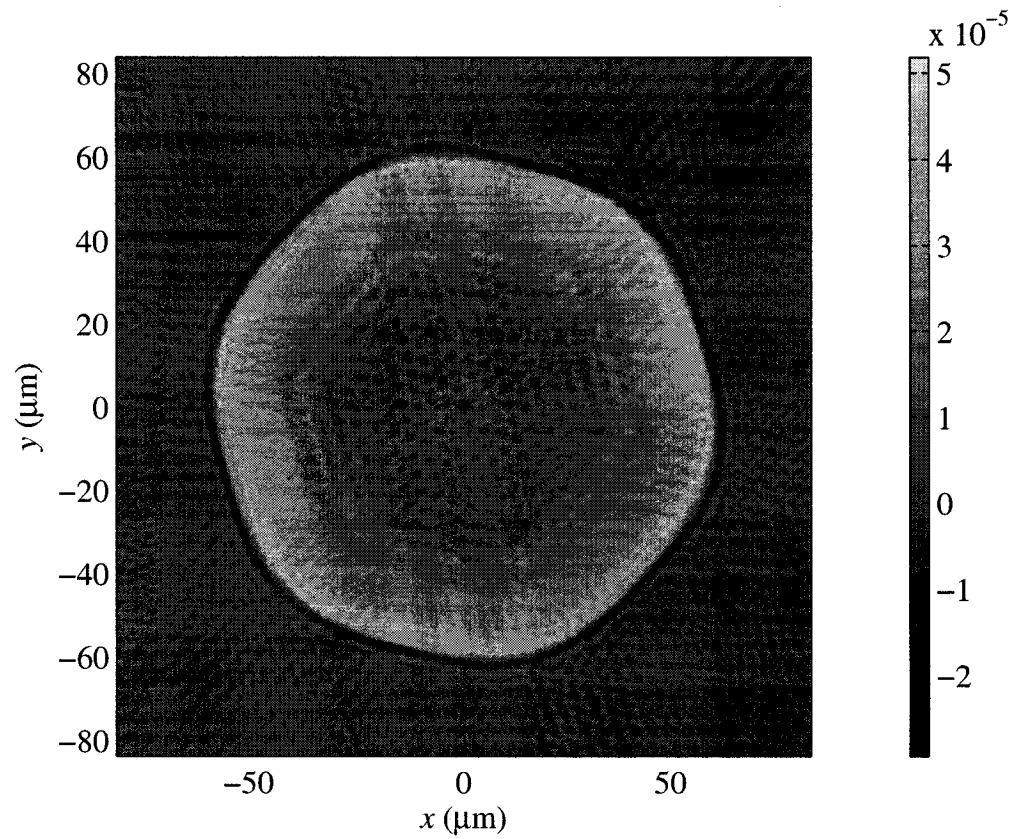




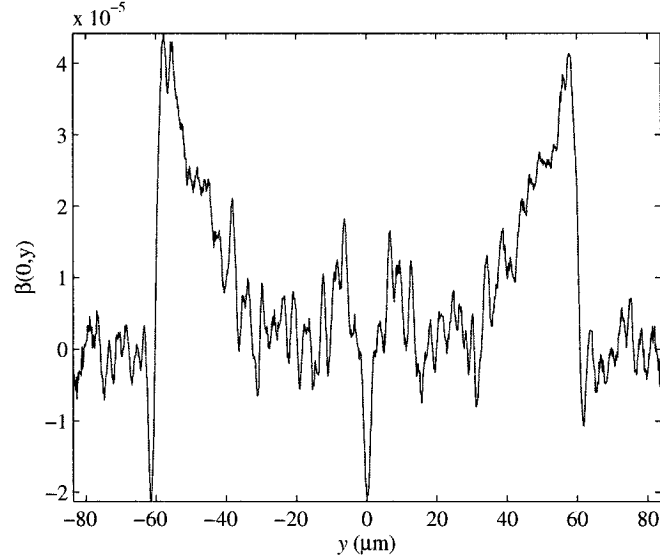
**Figure 4.18:** Image par microscope électronique de la fibre microstructurée de l'INO. Cette image est une gracieuseté de Simon Laflamme (Laboratoire des fibres optiques). La structure de la fibre est nettement visible sur cette image. On remarque également que la gaine est légèrement hexagonale.



**Figure 4.19:** Un profil de retard de phase de la fibre microstructurée. Il est évident que l'intégrale de la courbe ne s'annule pas, ce qui implique la présence d'une déformation viscoélastique résiduelle. On note également que les bords semblent surélevés, ce qui suggère la présence d'un fort gradient de viscosité lors de l'étirage. Ce phénomène est susceptible d'apparaître dans les étirages à basse température.



**Figure 4.20:** Tomographie de  $\beta$  pour la fibre microstructurée (à cristaux photoniques) de l'INO. On note que la fibre n'est pas tout à fait ronde, ce qui suggère un temps caractéristique d'étirage beaucoup plus faible que le temps de réponse viscoélastique du matériau. Ceci est également corroboré par le fait que  $\beta$  est positif pratiquement dans toute la fibre, fait qui traduit la présence importante de déformations résiduelles viscoélastiques. On note également que  $\beta$  est plus important sur les bords de la fibre, ce qui suggère la présence d'un gradient thermique important lors de la vitrification.



**Figure 4.21:** Un profil de  $\beta$  pour la fibre microstructurée. Ce profil a été tiré de la figure 4.20 pour  $x = 0$ .

la figure 4.20. Cette mesure offre une résolution suffisante pour observer la microstructure tout en présentant peu de diffraction, visible surtout sur les bords de la fibre. On note tout d'abord sur cette mesure que la fibre semble avoir été étirée très rapidement à haute température ou à une température très basse (qui sont deux formulations équivalentes), car on peut observer que le pourtour de la gaine n'a pas eu le temps de s'arrondir dû à la tension de surface pendant l'étirage. Également, on note la signature en parabole d'une viscosité variant substantiellement en fonction de la coordonnée radiale, ce qui est cohérent avec un gradient de température important à relativement basse température. Ceci est tout à fait logique puisque, pour préserver les trous lors de l'étirage, on doit empêcher la tension de surface de faire son travail, puisqu'elle a tendance à les faire disparaître. Il est aussi à noter que l'intégrale d'un profil de retard de phase (figure 4.19) est non-nulle, ce qui indique la présence de déformations résiduelles viscoélastiques, et est également cohérent avec les caractéristiques du procédé d'étirage mentionnées.

## CONCLUSION

Les objectifs de ce projet étaient d'améliorer la méthode de mesure de faible biréfringence, développée par Mathieu Faucher au Laboratoire des fibres optiques, et d'acquérir une meilleure compréhension des diverses sources de contraintes et de déformations dans les fibres, lors de la fabrication de la fibre comme telle ainsi que des composants tout-fibre. Ces objectifs ont été réalisés avec succès.

Le nouveau montage de mesure de biréfringence permet d'acquérir des profils de phase d'une précision de l'ordre de  $10^{-4}$  radians avec une résolution spatiale (physique) de l'ordre de  $0,8 \mu\text{m}$ . Le seul problème qui demeure avec le montage, et qui est inévitable, réside dans la diffraction par les parois de saut d'indice, qui ont un effet sur le profil de retard de phase puisque les conditions aux frontières dépendent de la polarisation. Ces effets sont très notables sur les bords des interfaces internes de la fibre, que ce soit les bords du cœur ou des barreaux de contraintes dans le cas de la fibre «panda» à maintien de polarisation. Un système de chauffage permet cependant d'ajuster précisément l'indice de réfraction du glycérol pour qu'il soit égal à celui de la gaine de la fibre, annulant ainsi la diffraction par la gaine, tel que démontré expérimentalement et par des simulations numériques (BPM).

Par les mesures réalisées sur une panoplie de fibres optiques, quatre contributions principales à la biréfringence ont pu être isolées : i) des contraintes d'origine mécanique  $\sigma_z^{\text{mec}}$  liées à la distribution radiale de viscosité, ii) des contraintes liées à une distribution radiale de la température de vitrification ( $T_g$ )  $\sigma_z^{\Delta T}$  (toutes deux causées par la présence d'un gradient transverse de température lors de la vitrification), iii) une déformation viscoélastique résiduelle  $\Delta\epsilon_{\text{res}}$  causée par le caractère viscoélastique de la silice pure et dopée et iv) des contraintes d'origine thermique liées à la distribution de coefficient d'expansion thermique  $\alpha$  dans les différentes couches de la fibre  $\sigma_z^{\Delta\alpha}$ .

Plusieurs voies s'ouvrent pour parfaire cette étude. Entre autres, plusieurs autres fibres (dopées avec des dopants exotiques par exemple) peuvent être mesurées et analysées. Des simulations numériques pourraient être effectuées dans le but d'estimer la justesse des relations établies, quoiqu'une étude détaillée d'un véritable étirage de fibre dont tous les paramètres sont connus (tension d'étirage, profil d'écoulement  $R$  en fonction de la distance  $z$  d'étirage dans la tour, vitesses d'étirage, profil de température et de viscosité dans la fibre, etc.) serait l'idéal, étant donné que le processus de vitrification est relativement complexe à modéliser. Une étude de la structure dans les fibres étirées avec de fortes tensions serait également souhaitable pour déterminer s'il y a présence d'effets non-linéaires liés au caractère rhéofluidifiant de la silice. Toutes ces avenues de recherche sont susceptibles de fournir des informations clés permettant d'améliorer les performances des fibres optiques et éventuellement de permettre la conception de composants basés sur les effets des contraintes dans les fibres optiques.

## BIBLIOGRAPHIE

- Tosco, F., ed. 1990. *Fiber Optic communications Handbook*. 2<sup>e</sup> ed. TPR.
- ASAKI, T. J., CHARTRAND, R., VIXIE, K. R. ET WOHLBERG, B. 2005. « Abel inversion using total-variation regularization ». *Inverse Problems*. 21. P. 1895–1903.
- BACHMANN, P. K., HERMANN, W., WEHR, H. ET WEICHERT, D. U. 1987. « Stress in optical waveguides 2 : Fibers ». *Appl. Opt.*. 26:7. P. 1175–1182.
- BAZERGUI, A., BUI-QUOC, T., BIRON, A., MCINTYRE, G. ET LABERGE, C. 1993. *Résistance des matériaux*. 2<sup>e</sup> ed. Montréal : Éditions de l'École Polytechnique de Montréal.
- BAÏLON, J.-P. ET DORLOT, J.-M. 2002. *Des Matériaux*. 3<sup>e</sup> ed. Presses Internationales Polytechnique.
- BIRD, R. B., STEWART, W. E. ET LIGHTFOOT, E. N. 2002. *Transport Phenomena*. New York : John Wiley & Sons.
- BURES, J., LACROIX, S. ET DAXHELET, X. 2004. *Optique intégrée et fibres optiques - Notes de cours*. 3<sup>e</sup> ed. École Polytechnique de Montréal.
- BUSQUE, F., SÉVIGNY, B., FAUCHER, M., GODBOUT, N., KASHYAP, R., LACROIX, S. ET MEUNIER, M. 2006. « Characterisation of refractive index anisotropy induced in waveguides written by femtosecond laser pulses ». *Photonics North 2006*.
- EDIGER, M. D., ANGELL, C. A. ET NAGEL, S. R. 1996. « Supercooled liquids and glasses ». *J. Phys. Chem.*. 100:31. P. 13200–13212.
- FAUCHER, M. 2003. *Mesures de contraintes dans les fibres optiques et les composants tout-fibre*. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- GODBOUT, N., LACROIX, S. ET FAUCHER, M. n.d. *Calculation of thermal stress in optical fibers with arbitrary circular symmetric dopand composition profile*.

- GY, R., DUFFRENE, L. ET LABROT, M. 1994. « New insights into the viscoelasticity of glass ». *J. Non-Cryst. Solids*. 175. P. 103–117.
- HABECK, A. ET BRÜCKNER, R. 1993. « Direct connection between anisotropic optical properties, polarizability and rheological behavior of single-phase glass melts ». *J. Non-Cryst. Solids*. 162. P. 225–236.
- HEMLEY, R. J., MAO, H. K., BELL, P. M. ET MYSEN, B. O. 1986. « Raman spectroscopy of SiO<sub>2</sub> glass at high pressure ». *Phys. Rev. Lett.*. 57:6. P. 747–750.
- IIZUKA, K. 2002. *Elements of Photonics Volume I*. Wiley.
- KAK, A. C. ET SLANEY, M. 1988. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. IEEE Press.
- KNIGHT, J. C., BIRKS, T. A., RUSSELL, P. S. J. ET ATKIN, D. M. 1996. « All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding ». *Opt. Lett.*. 21:19. P. 1547–1549.
- KNIGHT, J. C., BIRKS, T. A., RUSSELL, P. S. J. ET ATKIN, D. M. 1997. « All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding : errata ». *Opt. Lett.*. 22:7. P. 484–485.
- MONTAROU, C. C. ET GAYLORD, T. K. 2004. « Two-wave-plate compensator method for single point retardation measurements ». *Appl. Opt.*. 43:36. P. 6580–6595.
- MONTAROU, C. C., GAYLORD, T. K., BACHIM, B. L., DACHEVSKI, A. I. ET AGARWAL, A. 2006a. « Two-wave-plate compensator method for full-field retardation measurements ». *Appl. Opt.*. 46:2. P. 271–280.
- MONTAROU, C. C., GAYLORD, T. K. ET DACHEVSKI, A. I. 2006b. « Residual stress profile in optical fibers determined by the two-waveplate-compensator method ». *Opt. Comm.*. :265. P. 29–32.

- NEBOUT, P., GODBOUT, N., LACROIX, S., DAXHELET, X. ET BURES, J. 1994. « Tapered fiber diameter measurements ». *Technical Digest - Symposium on Optical Fiber Measurements 1994*. P. 101–104.
- NGAI, K. L. 2000. « Dynamic and thermodynamic properties of glass-forming substances ». *J. Non-Cryst. Solids*. 275. P. 7–51.
- PAEK, U. C. ET RUNK, R. B. 1978. « Physical behavior of the neckdown region during furnace drawing of silica fibers ». *J. Appl. Phys.*. 49:8. P. 4417–4422.
- PARK, Y., AHN, T.-J., KIM, Y. H., HAN, W.-T., PAEK, U.-C. ET KIM, D. Y. 2002a. « Measurement method for profiling the residual stress and the strain-optic coefficient of an optical fiber ». *Appl. Opt.*. 41:1. P. 21–26.
- PARK, Y., CHOI, S., PAEK, U.-C., OH, K. ET KIM, D. Y. 2003. « Measurement method for profiling the residual stress of optical fibers : detailed analysis of off-focusing and beam-deflection effects ». *Appl. Opt.*. 42:7. P. 1182–1190.
- PARK, Y., PAEK, U.-C. ET KIM, D. Y. 2002b. « Determination of stress-induced birefringence in a single-mode fiber by measurement of the two-dimensional stress profile ». *Opt. Lett.*. 27:15. P. 1291–1293.
- PARK, Y., PAEK, U.-C., HAN, S., KIM, B.-H., KIM, C.-S. ET KIM, D. Y. 2004. « Inelastic frozen-in stress in optical fibers ». *Opt. Comm.*. 242. P. 431–436.
- PHILLIPS, J. C. 1987. « Structural model of Raman “defect” bands of vitreous silica ». *Phys. Rev. B*. 35:12. P. 6409–6413.
- PONE, E. 2005. *Modélisation des coupleurs à fibre fusionnées*. Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal.
- PORITSKY, H. 1934. « Analysis of thermal stresses in sealed cylinders and the effect of viscous flow during anneal ». *Physics*. 5. P. 406–411.
- RAINE, K. W. 1998. *Advances in the Measurement of Optical Fibre Refractive Index and Axial Stress Profiles*. Thèse de doctorat, Kings College, London.



- RAINE, K. W., FECED, R., KANELLOPOULOS, S. E. ET HANDEREK, V. A.  
1999. « Measurement of axial stress at high spatial resolution in ultraviolet-exposed fibers ». *Appl. Opt.* 38:7. P. 1086–1095.
- SCHERER, G. W. 1986. *Relaxation in Glass and Composites*. New York : John-Wiley & Sons.
- SCHERER, G. W. 1990. « Solidity of viscous liquids II : anisotropic flow events ». *J. Non-Cryst. Solids*.
- SIMMONS, J. H., MOHR, R. K. ET MONTROSE, C. J. 1982. « Non-newtonian viscous flow in glass ». *J. Appl. Phys.* 53:6. P. 4075–4080.
- TIMOSHENKO, S. P. ET GOODIER, J. N. 1970. *Theory of Elasticity*. 3<sup>e</sup> ed. New York : McGraw-Hill.
- YABLON, A. D. 2004. « Optical and mechanical effects of frozen-in stresses and strains in optical fibers ». *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. 10:2. P. 300–311.
- YABLON, A. D., YAN, M. F., WISK, P., DIMARCELLO, F. V., FLEMING, J. W., REED, W. A., MONBERG, E. M., DIGIOVANNI, D. J. ET JASAPARA, J. 2004. « Refractive index perturbations in optical fibers resulting from frozen-in viscoelasticity ». *Appl. Phys. Lett.* 84:1. P. 19–21.